



ALGORITHMSISCHE ANSÄTZE ZUR INTEGRATIVEN
GESTALTUNG VON RHYTHMUS MITTELS
METRISCHER STRUKTUREN

ICEM 2025

Bachelorarbeit

vorgelegt von

Leon Focker

geboren am 16.09.2000 in Radebeul

im Juni 2025

elektronische Komposition

Prüfer: Prof. Dr. Michael Edwards

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Hausarbeit selbstständig und nur unter Verwendung der von mir angegebenen Quellen und Hilfsmittel verfasst zu haben. Sowohl inhaltlich als auch wörtlich entnommene Inhalte wurden als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in dieser oder vergleichbarer Form noch keinem anderem Prüfungsgremium vorgelegen.

Datum: _____ Unterschrift: _____

Inhaltsverzeichnis

Eidesstattliche Erklärung	III
Abkürzungsverzeichnis	VII
1. Einleitung	1
2. Grundlagen	3
2.1. Rhythmus	3
2.2. Metrum, Puls und Schlag	5
2.2.1. Metrum	5
2.2.2. Puls und Schlag	9
2.3. Akzente	10
2.4. Algorithmische Komposition	11
2.5. Komponieren mit Common Lisp	14
2.6. Textbasierte Darstellungen von Rhythmus	16
2.6.1. Gerasterte Rhythmen darstellen	16
2.6.2. Freie Rhythmen darstellen	18
2.7. Rhythmen algorithmisch generieren	22
2.7.1. Gerasterte Rhythmen generieren	22
2.7.2. Freie Rhythmen generieren	27
3. Metrische Strukturen als kompositorische Mittel	31
3.1. Metrische Strukturen nach Lerdahl und Jackendoff	32
3.2. Clarence Barlows Unverzichtbarkeitsformel	33
3.3. Unverzichtbarkeitsformel für zusammengesetzte Metren	37
3.4. Formale Beschreibung metrischer Modelle	39
3.4.1. Isochrone Metren nach Lerdahl und Jackendoff	40
3.4.2. Flexible metrische Unverzichtbarkeit mittels RQQ-Notation	42
3.5. Gestaltung dynamischer Akzente	47

3.6. Synkopen und rhythmische Komplexität	50
3.7. Komplexe Beziehungen zwischen Perioden der aufgezwungenen und inneren Metrik	52
3.8. Anwendung auf weitere rhythmische Parameter	54
4. Fazit	59
Literatur	61
A. Alternative Hierarchisierung von Takten	65

Abkürzungsverzeichnis

CFP *Common Fast Pulse*

CSP *Common Slow Pulse*

DAW Digital Audio Workstation

GNSM *Generic Notation for Stratified Meters*

MNSM *Measure Notation for Stratified Meters*

1. Einleitung

Rhythmus und somit die Frage nach der Organisation von Zeit erweisen sich als zentral für die algorithmische Komposition. Während die harmonische Organisation von Tonhöhen einigen klaren Prinzipien folgt, sind Prinzipien rhythmischer Wohlgeformtheit weniger einfach zu benennen. Angesichts dieser Diskrepanz stellt sich die Frage, welche Regeln überzeugende Rhythmen algorithmisch erzeugen können. Insbesondere in der elektroakustischen Musik, in der die interpretative Ebene einer ausführenden Person meist entfällt, gewinnt die algorithmische Generierung expressiver musikalischer Parameter an Bedeutung. Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung und Exploration eines integrativen Ansatzes zur algorithmischen Gestaltung von Rhythmus, der, im Vergleich zu seriellen Verfahren, das Potenzial birgt, organischere und kohärentere rhythmische Verläufe zu erzeugen.

Ein besonderer Fokus dieser Untersuchung liegt auf der Rolle von Metren. Obwohl sie in der algorithmischen Komposition primär der Notation und nachträglichen Interpretation dienen, deutet ihre enge Verknüpfung mit der menschlichen Rhythmuswahrnehmung darauf hin, dass sie ein vielversprechendes Fundament für kompositorische Entscheidungen darstellen könnten. Diese Perspektive impliziert eine Umkehrung des traditionellen Verhältnisses von Rhythmus und Metrum und wirft die zentrale Forschungsfrage auf, inwieweit sich Metren formalisieren und algorithmisch nutzbar machen lassen, um rhythmische Strukturen zu generieren.

Im Mittelpunkt steht Clarence Barlows Prinzip der Unverzichtbarkeit, das er ursprünglich zur metrischen Analyse und zur Generierung von Rhythmus im Sinne einer Folge von Dauern entwickelt hat. Vorausgehende Modelle metrischer Strukturen sowie Erweiterungen von Barlows Ideen werden untersucht. Sie teilen die Beschränkung auf ein zugrunde liegendes, gleichmäßiges Pulsraster – eine Annahme, die in dieser Arbeit hinterfragt und überwunden werden soll. Die zuvor beschriebene Wechselwirkung von Parametern wird in dieser Arbeit vor allem einseitig betrachtet, indem eine rhythmische Folge von Dauern andere Parameter bedingt.

Am Anfang steht eine theoretische Einführung in verschiedene Konzeptionen von Metrik und die Wechselwirkung zwischen Metrum und Rhythmus. Anschließend folgt eine Einführung in die Vorteile algorithmischer Komposition sowie die der Programmiersprache Common Lisp. Verschiedene textbasierte Darstellungsformen von Rhythmus sowie Strategien zur Generierung von Dauernfolgen werden vorgestellt.

Im Hauptteil werden zunächst das metrische Modell von Fred Lerdahl und Ray Jackendoff als Ausgangspunkt sowie anschließend die Modelle von Clarence Barlow und Bernd Härpfer als Erweiterungen beschrieben, formalisiert und algorithmisch umgesetzt. Der von Härpfer beschriebene Unverzichtbarkeitsalgorithmus wird dabei erweitert und schließlich verwendet, um rhythmische Parameter, insbesondere dynamische Akzente, zu gestalten.

2. Grundlagen

2.1. Rhythmus

Ursprünglich hatte der Begriff *Rhythmus* eine normative Bedeutung. Er beinhaltet die Idee des Regelmäßigen, derjenigen „Ordnung der Bewegung, des Langsamen und Schnellen, oder der Zeit, des Langen und Kurzen, die dem menschlichen Sinn faßlich ist und deren Apperzeption sich mit dem Gefühl der Lust verbindet.“¹ Bis heute kann Rhythmus als „Prinzip einer faßlichen Bewegungs- und Zeitordnung“² beschrieben werden und wird im Sprachgebrauch teilweise heute noch normativ verwendet.³

Die Assoziation mit einer regelmäßigen Wiederholung geht vor allem auf Platon und Aristoxenos zurück. Seinen Ursprung hat das Wort wohl in $\rho\acute{\epsilon}\omega$ (rhéō), was *fließen* bedeutet – ist also vom Wellengang der Flüsse abgeleitet.^{4,5,6} Davon inspiriert schreibt Olivier Messiaen:

„Rhythmus ist das Wesen der Bewegung im Wasser, das Wogen der Meereswellen. Er ist ursprünglich an die Bewegung gebunden, jedoch an eine wiederholte Bewegung, die stets neue Varianten aufweist; mit anderen Worten, an die Unendlichkeit irregulärer Wiederkehr. [...] Das ist ewige Variation. Zudem ist Rhythmus, wie die unaufhörlich rollenden Wellen des Meeres, ein fortwährendes Überlappen von Vergangenheit und Zukunft, das in die Zukunft strebt – wie die Zeit.“^{*}

*Original: „rhythm is the issue of movement in water, the undulations of the waves of the sea. It is primitively attached to movement, but to repeated movement which always has new variants; in other words to the infinity of irregular recurrence. [...] this is perpetual variation. Moreover, like the waves of the sea that ceaselessly roll, rhythm is a perpetual overlapping of past and future, going toward the future.“⁷

¹Eggebrecht 1972-2006b, Rhythmus.

²Ebd. Rhythmus.

³Hasty 1997, S.11.

⁴Eggebrecht 1972-2006b, Rhythmus.

⁵Hasty 1997, S.10.

⁶Messiaen, Olivier und Baggech 1998, S.50.

⁷Ebd. S.49–50

Konträr dazu wird Rhythmus in einigen Kontexten auf eine Serie von Dauern reduziert, besonders in wissenschaftlichen Betrachtungen oder in der seriellen Musik.^{8,9} In den meisten Fällen werden aber noch viele weitere Aspekte zur Rhythmik gezählt. Für Messiaen beinhaltet der Begriff unter anderem die Dimensionen der „Dauern, Impulse, Pausen, Akzenten, Intensitäten und Dichten, Attacken und Timbres [...]“^{*}. Selbst musikalische Form wird teilweise dem Rhythmus zugeordnet.¹¹

Je nach Kontext kann sich die Bedeutung des Begriffes also wandeln und ist als solche nicht sehr genau abgegrenzt. Eine Definition, die alle Dimensionen des Begriffes umfasst, lässt sich kaum in wenigen Worten fassen – und doch ist seine Bedeutung oft intuitiv verständlich.¹² Die Ambivalenz aus Regelmäßigkeit und Ausdruck, die dem Begriff innewohnt, ist sicherlich ein Grund dafür, warum Rhythmus als das am wenigsten in seiner Gesamtheit verstandene musikalische Element betrachtet wird.¹³ Zusätzlich stehen, besonders in der westlichen Musiktheorie, Klangfarben und Harmonien deutlich im Vordergrund. Das bewegt Messiaen zu einer Warnung: Musik bestehe nicht nur aus Klängen. Die elektronische Musik sowie die *Musique concrète* hätten den Klang nur noch weiter in den Fokus gerückt, dabei sei der Klang (für ihn) oft lediglich die Färbung eines Rhythmus.¹⁴ Auch Christopher Hasty schreibt, man könne Musik als „Rhythmisierung von Klang“^{**} definieren.

Tatsächlich stellen viele Gelehrte die Behauptung auf, Rhythmus sei ein fundamentaleres Prinzip als Melodie und sei evolutionär wahrscheinlich früher entstanden.¹⁶ Godfried Toussaint zitiert Andy Hamilton: „Rhythmus ist das einzige unverzichtbare Element der Musik“[†].

Mit Blick in die Gegenwart und Zukunft betont Anne Danielsen, dass (re-)produzierte Musik im Vergleich zu performter Musik ganz neue Regeln aufstelle und benötige. Rhythmus und

^{*}Original: „Durations, Impulses, Rests, Accents, Intensities and Densities, Attacks, and Timbres, everything that is grouped under a general word: Rhythm.“¹⁰

^{**}Original: „rhythmization of sound“¹⁵

[†]Original: „rhythm is the one indispensable element of all music“¹⁷

⁸Eggebrecht 1972-2006b, Rhythmus.

⁹Jones 1987, S.624.

¹⁰Messiaen, Olivier und Baggech 1998, S.51

¹¹Hasty 1997, S.34, S.48.

¹²Ebd. S.68.

¹³Ebd. S.3–4.

¹⁴Messiaen, Olivier und Baggech 1998, S.50–51.

¹⁵Hasty 1997, S.3

¹⁶Toussaint 2013, S.1.

¹⁷Ebd. S.1

Klang sollten nicht mehr als verschiedene Domänen, sondern eng zusammenwirkend betrachtet werden: Wie beeinflussen Klangfarbe und dynamische Verläufe unsere Wahrnehmung von rhythmischen Einsätzen? Aspekte des Mikrotiming, Klang und Wirkung auf verschiedene Gruppen von Menschen sollten, abweichend von notationsbasierter Analyse, immer weiter in den Vordergrund moderner Rhythmusanalyse rücken, da dort mittlerweile die meisten kreativen Entscheidungen stattfinden.¹⁸

2.2. Metrum, Puls und Schlag

Die Begriffe Rhythmus, Metrum, Puls und Schlag weisen je nach Kontext unterschiedliche, teils überlappende Bedeutungen auf. In diesem Abschnitt werden die jeweiligen Konzepte und Theorien erläutert und voneinander abgegrenzt. Die Modelle geschichteter Metren bilden den Schwerpunkt des Hauptteils, daneben werden an dieser Stelle aber auch alternative Theorien angeführt.

2.2.1. Metrum

Die meisten Theorien beschreiben Rhythmus und Metrum als kontrastierende Gegensätze, so zum Beispiel Matila Ghyka. Rhythmus sei asymmetrisch und unvorhersehbar. Metren dagegen wären statisch und absolut regulär.¹⁹ Fred Lerdahl und Ray Jackendoff argumentieren, dass der Begriff *Metrum* impliziert, dass etwas gemessen wird (in diesem Fall das Verstreichen von Musik). Messen impliziert wiederum ein bestimmtes, gleichbleibendes Intervall. Ein Metrum sei ein Muster gleicher Dauern und gewichteter Bezugspunkte, mit welchem die tatsächliche Musik abgeglichen werden kann.²⁰ Es misst die Zeit und findet somit nicht in der Zeit statt. Dadurch wird ein Metrum quasi zu etwas arrhythmischen, oder anti-rhythmischen.²¹ Analog zur Idee gewichteter Zeitpunkte beschreibt Godfried Toussaint Metren als „Hierarchie von Akzentuierungsmustern“*.

Ein wichtiger Aspekt eines Metrums in diesen Ansätzen ist die Organisation in verschiedene hierarchische Schichten. So wird beispielsweise die Ebene des Taktes von der Ebene der

*Original: „hierarchy of accent patterns“²²

¹⁸Danielsen 2010, S.8–10.

¹⁹Vgl. Ghyka, *Essai sur le rythme*, zitiert nach Messiaen, Olivier und Baggech 1998, S.53.

²⁰Lerdahl und Jackendoff 1983, S.12, 19.

²¹Hasty 1997, S.5, S.19.

²²Toussaint 2013, S.16

Grundschrage unterschieden. Beides teilt die musikalische Zeit ein, aber auf unterschiedlichen Schichten: Ein Takt enthält in den meisten Fällen mehrere Grundschrage.²³ Die Schräge der höheren Schichten (längere Zeitintervalle) gruppieren die Schräge, die zu tiefer liegenden Schichten gehören. Dadurch entsteht eine Hierarchie; alle Schichten zusammen bilden das Metrum. Zwischen diesen metrischen Schichten kann eine Wechselbeziehung zu tatsächlichen Rhythmen entstehen, das heißt, dass das eine die Wahrnehmung des anderen beeinflussen kann.²⁴

Eine solche metrische Struktur bezieht sich immer nur auf musikalische Situationen und kann sich während einem Stück ständig ändern. Wenn alle zeitlichen Intervalle auf einer metrischen Ebene gleich lang sind, bezeichnet man sie als isochron. Gilt das für alle im Vergleich zum Takt tiefer liegenden Ebenen, gilt das Metrum als isochron, bzw. regelmäßig. Die Vorstellung, dass alle Schichten isochron (also wie nach Ghyka ‚statisch und absolut regulär‘) sein müssen, ist mittlerweile in den meisten Kontexten überholt. Metren, die diese Bedingung nicht erfüllen, nennt man zusammengesetzte oder nicht-isochrone Metren. Zusammengesetzte Metren finden sich zum Beispiel in osteuropäischen Musiktraditionen oder in Indien häufiger als in westlicher Musik.²⁵

In den Theorien zu geschichteten Metren werden nicht-isochrone Ebenen meist durch tieferliegende isochrone Ebenen stabilisiert. Tellef Kvifte fasst diese Theorien unter *Common Fast Pulse (CFP) Theories* zusammen, also Theorien eines gemeinsamen schnellen Pulses zusammen. Abweichungen von dieser Regel (in performter Musik) könnten als Abweichungen von einer mechanischen Norm betrachtet und somit fast jeder Musikstil erklärt werden.²⁶ Tatsächlich ist das aber eine eurozentrische Vorstellung, die auch eng mit westlicher klassischer Notation verbunden ist.^{27,28} Kvifte schreibt, vieles könne man zwar generalisieren, aber es könne definitiv nicht die *gesamte* Musik auf diese Weise verstanden werden.²⁹ Bei Musik mit nicht-isochronen Metren würden Spielerinnen und Hörerinnen oftmals die nicht-isochrone Ebene fühlen. Auch weichen gespielte Rhythmen in einigen Musikkulturen

²³Jones 1987, S.624.

²⁴Harpfer 2023, S.15–16.

²⁵Ebd. S.15–16.

²⁶Kvifte 2007, S.65–70.

²⁷Ebd. S.82.

²⁸Danielsen 2010, S.9.

²⁹Kvifte 2007, S.75.

stark (und vor allem konsistent) von einem isochronen Raster ab.^{30,*}

Kvifte schlägt daraufhin die Idee eines *Common Slow Pulse (CSP)* vor, also eines gemeinsamen langsamen Pulses. Höhere Ebenen sind hier nicht als Addition einer tieferliegenden Dauer zu verstehen, vielmehr entstehen tiefere Ebenen aus der Division einer höherliegenden Dauer (zum Beispiel dem Takt).³² Diese Idee ist analog zur RQQ-Notation, welche in Abschnitt 2.6.2 vorgestellt wird und in Abschnitt 3.4.2 genutzt wird, um metrische Strukturen flexibel zu notieren. Der Ansatz der *CSP* Theorie ist besonders für die Analyse und Modellierung tatsächlicher Performances von Vorteil.^{**} Tellef Kvifte stellt sogar infrage, ob Metren überhaupt eine isochrone Ebene benötigen.³⁴

Harald Krebs geht in seiner Analyse (von vor allem klassischer Musik) von einem *Common Fast Pulse* aus. Seine Vorstellung von Metren widerspricht den bisher genannten insofern, als er metrische Schichten aus dem Notenmaterial ableitet. Diese müssen nicht gleichgerichtet sein. Das heißt, es gibt nicht unbedingt eine Hierarchie von Schichten und ein Schlag einer langsameren Schicht muss nicht Teil einer schnelleren oder gleich schnellen Schicht sein. Zueinander versetzte Schichten deutet er als metrische Dissonanz.³⁵ Eine strikte Trennung von Rhythmus und Metrum liegt hier nicht mehr vor.³⁶

*Zwar könnte diese Abweichung als Expression gewertet werden, tatsächlich spricht die Analyse von Aufnahmen, etwa von Percussion-Musik aus Mali, für einen metrischen Status dieser nicht-isochronen Unterteilungen. Andere Beispiele für Musik mit eigenständigen, unregelmäßigen metrischen Referenzstrukturen sind Samba aus Bahia, bulgarische Aksak Rhythmen, Chappu Talas der karnatischen Musik oder norwegische Springar-Tänze und Volkslieder (beispielsweise *Dei Tvo Systane*).³¹

**In diesem Kontext ist auch die Betrachtung einiger moderner Genres wie Math Rock, Progressive Rock oder Jazz mit Hypermetren interessant. Beispielsweise der Song *Monomyth* der Band *Animals as Leaders*: Das Schlagzeug spielt in 2er und 3er-Gruppen bezogen auf einen isochronen Puls. Allerdings werden die 2er-Gruppen etwa bei Minute 1:30 durch 3 Noten und die 3er-Gruppen durch 5 Noten ersetzt. Dadurch ist die tiefste metrische Ebene nicht mehr isochron. Tatsächlich wird diese metrische Ebene aber nicht gefühlt, da sie zu nah an der zeitlichen Wahrnehmungsgrenze liegt. Zusätzlich ist (besonders bei populärer Musik) von Relevanz, inwieweit ein Backbeat über ungerade Unterteilungen gespielt wird. Ob sich Kombinationen wie 2/3-er und 3/5-er Unterteilungen einem *CFP* oder *CSP* annähern, wird in moderner Musik nicht mehr nur durch Tradition entschieden, sondern auch durch individuelle Präferenz, Aufführungspraxis und die Kombination mit Technologie.³³

³⁰Ebd. S.70–71.

³¹Polak, Jacoby und London 2016, S.211–217

³²Kvifte 2007, S.75.

³³Neely 2024, 7:30

³⁴Kvifte 2007, S.82.

³⁵Samarotto 2000, S.2.

³⁶Ebd. S.3.

Die von Anja Volk beschriebene Methode der Analyse der inneren Metrik ist ein weiterer Ansatz, metrische Eigenschaften von Rhythmus abzuleiten. Dabei werden metrische Gewichtungen aus den Noten eines Musikstücks erschlossen, unabhängig von der Taktart und den Taktstrichen. Die *innere* (wahrgenommene) Metrik kann dann mit der *äußeren* (notierten) Metrik verglichen werden.³⁷

Christopher Hasty löst die Trennung von Metrum und Rhythmus gänzlich auf, indem er *Metren als Rhythmus* begreift. Während eine Dauer wahrgenommen wird, entstehe eine Erwartung, dass zukünftige Dauern ähnlich verlaufen werden: Sie wird in die Zukunft *projiziert*. Diese Projektion stellt das Metrum dar.³⁸ In dieser Arbeit wird dieser Gedanke allerdings nicht weiter verfolgt.

Inwieweit sich das Konzept geschichteter metrischer Hierarchien für das Verständnis und die Analyse nicht-westlicher Musik eignet, steht weiterhin zur Debatte. Modelle wie jene von Lerdahl und Jackendoff lassen sich mit gewissen Anpassungen durchaus auch auf außereuropäische Musikkulturen – etwa auf indische oder schwarzafrikanische – anwenden.³⁹ Zwar scheint es in den meisten afrikanischen Musikarten kein Konzept schwerer oder leichter Zählzeiten zu geben, doch Analysen verschiedener Stücke, beispielsweise eines Ensembles aus Mali, weisen jeweils spezifische Häufigkeitsverteilungen der rhythmischen Einsätze auf.⁴⁰ Inwieweit diese ein Metrum konstituieren ist fraglich*, dieses könnte aber mit anderen verglichen oder die Rhythmen im Rahmen eines hypothetischen regelmäßigen Metrums analysiert werden. In diesem Sinne bieten metrische Modelle nützliche Werkzeuge zur Analyse, zum Vergleich und zur Quantifizierung rhythmischer Strukturen und deren Komplexität – auch in außereuropäischer Musik.

Allerdings ist die Anwendung von Metren nicht in jedem musikalischen Kontext sinnvoll. Für die Betrachtung einiger Musiktraditionen und Stilrichtungen, etwa dem Gregorianischen Choral, bestimmter Abschnitte nordindischer Ragas oder zahlreicher Werke der zeitgenössi-

*Die zugrunde liegende Studie verbindet Metrum mit einem regelmäßigen Grundschlag und berücksichtigt keine zusammengesetzten Metren. Daher kommen die Autoren zu dem Schluss, ein Metrum lasse sich nicht aus den Häufigkeiten der rhythmischen Ereignisse ableiten. Das steht im Kontrast zur Analyse europäischer Kunst- und Volksmusikformen.⁴¹

³⁷Volk 2008, S.4.

³⁸Hasty 1997.

³⁹Härpfer 2023, S.15–16.

⁴⁰Polak, Jacoby und London 2016, S.203–210.

⁴¹Ebd. S.203–210

schen Musik (beispielsweise *Drone Music* oder grafisch notierte Stücke), sind Metren nicht unbedingt hilfreich.^{42,43}

Im Gegensatz zur bisherigen Betrachtung von Metren als Analysewerkzeug, widmen sich die in Kapitel 3 vorgeschlagenen Methoden einer vergleichsweise ungewöhnlichen Dynamik: Rhythmus aus Metren. Nach einer detaillierten Analyse verschiedener Modelle geschichteter Metren wird untersucht, inwiefern sich die Gestaltung rhythmischer Parameter systematisch aus metrischen Strukturen ableiten lässt.

2.2.2. Puls und Schlag

Ähnlich wie das Metrum wird der Puls häufig als musikalisches Zeitmaß verstanden. Er zeichnet sich durch eine stetige, gleichmäßige und stets zyklische Bewegung aus. Einige Definitionen setzen voraus, dass ein Puls isochron ist. In diesem Fall können die Intervalle zwischen den Grundsschlägen als die größte Zeiteinheit betrachtet werden, durch die sich alle rhythmischen Dauern ohne Rest teilen lassen. Dies entspricht der zuvor erläuterten *CFP-Theorie*. Ein isochroner Puls kann auch als regelmäßiges Raster betrachtet werden, auf dem alle musikalischen Ereignisse stattfinden. Diese Annahme ist besonders für westliche Musik naheliegend. Auch könnte ein Puls als einfachste Form eines Metrums beschrieben werden. Oft wird die tiefste hierarchische Ebene eines Metrums als Puls, bzw. Grundschatz bezeichnet. Bernd Härpfer schlägt im Umkehrschluss vor, Metren als eine hierarchische Ordnung „gleichzeitiger Pulse in einer harmonischen Beziehung“^{*} zu identifizieren. Der wichtigste Unterschied zwischen Puls und Metrum ist dementsprechend, dass ein Puls keine intrinsische Hierarchie besitzt.^{45,46}

Die Begriffe Puls und Schläge können folgendermaßen unterschieden werden: Sobald ein Puls im metrischen Kontext betrachtet wird, werden seine Einheiten als Schläge bezeichnet, die entweder betont (stark) oder unbetont (schwach) sein können.⁴⁷ Das Verhältnis von einem Schlag und einem Puls ist analog zu metrischen und phänomenalen Akzenten (siehe Abschnitt 2.3). Ein Puls findet *in der Musik* statt und wird von Rhythmus informiert,

^{*}Original: „simultaneous pulses in a harmonic relation“⁴⁴

⁴²Eggebrecht 1972-2006b, Rhythmus.

⁴³Lerdahl und Jackendoff 1983, S.18.

⁴⁴Härpfer 2023, S.32

⁴⁵Toussaint 2013, S.16.

⁴⁶Härpfer 2023, S.32.

⁴⁷Cooper und Meyer 1960, S.4.

während ein Schlag keine Dauer besitzt und vom metrischen Kontext abhängig ist.⁴⁸

Die Wahrnehmung eines Pulses ist, ebenso wie die gedankliche Gruppierung von Ereignissen, die Voraussetzung für die Wahrnehmung eines Metrums. Zusammen bilden sie die Grundlage für metrische Akzentuierung.⁴⁹ Mehr dazu in Abschnitt 2.3.

2.3. Akzente

„Ein Akzent ist alles, was in einem zeitlichen Muster relativ aufmerksamkeitsregend ist.“^{*}

So prägnant fasst Mari Riess Jones den Begriff des Akzents zusammen. Ihre Definition umfasst zentrale Merkmale, doch eine genauere Analyse zeigt, dass darüber hinausgehende Differenzierungen möglich sind. Lerdahl und Jackendoff unterscheiden insgesamt drei Bedeutungsebenen musikalischer Akzente, wobei die erste weitgehend mit Jones' Definition übereinstimmt:

Phänomenale Akzente sind unmittelbar wahrnehmbare Ereignisse an der musikalischen Oberfläche. Alles, was etwa durch Lautstärke, Artikulation, rhythmische Betonung oder harmonische Veränderungen ins Ohr fällt. Meistens handelt es sich um konzentrierte Wechsel eines oder mehrerer musikalischer Parameter.

Strukturelle Akzente ergeben sich aus der musikalischen Struktur, etwa durch harmonische Spannungen oder formale Zäsuren. Sie basieren auf kognitiver Verarbeitung des Gehörten, sowie der Erwartungshaltung der Hörerin.

Metrische Akzente beziehen sich auf Schläge, die im Vergleich zum metrischen Kontext stärker betont sind. Diese Art Akzent ist ein rein mentales Konstrukt. Metrische Akzente sind von phänomenalen Akzenten informiert. Diese sind für die Hörerin wahrnehmbare Hinweise, aus denen metrische Akzentmuster und somit effektiv das Metrum abgeleitet werden können. Phänomenale und metrische Akzente müssen aber nicht übereinstimmen und können auch widersprüchlich sein. Synkopen und andere rhythmisch komplexe

^{*}Original: „An accent is anything that is relatively attention-getting in a time pattern.“⁵⁰

⁴⁸Kramer 1988, S.97.

⁴⁹Härpfer 2023, S.80.

⁵⁰Jones 1987, S.623

Besonderheiten können als Abweichung zwischen gehörter und erwarteter Akzentmuster betrachtet werden. Diese Abweichung darf dann wiederum nicht so stark sein, dass ein neues Metrum wahrgenommen wird.⁵¹ Auf dieser Grundlage bezeichnet Härpfer Metren auch als „Form antizipatorischen Verhaltens“*. Metren sind also nicht nur formale Strukturen, sie sind auch kognitive Werkzeuge.⁵³ Die wahrgenommene Stärke eines metrischen Akzents hängt von Fokus und zeitlicher Erwartungshaltung der Hörerin ab.⁵⁴

Auch für diese Ansätze gilt, dass sie sich zwar aus der Analyse klassischer, westlicher Musik entwickelt haben, sich aber trotzdem für die Analyse und das Verständnis anderer Musik eignen.

2.4. Algorithmische Komposition

Im Folgenden werden Grundlagen der algorithmischen Komposition erläutert, mit besonderem Fokus auf deren Vorteile gegenüber konventionellen Kompositionsmethoden. Diese Vorteile machen eine formale Beschreibung metrischer Modelle (siehe Abschnitt 3.4) besonders erstrebenswert.

Algorithmen sind wohldefinierte Folgen von Rechenschritten, die eine Eingabe in eine Ausgabe überführen. Sie dienen zur Lösung eines klar spezifizierten (Rechen-)Problems, indem sie eine systematische Vorgehensweise zur Erzeugung der gewünschten Eingabe-Ausgabe-Beziehung beschreiben.⁵⁵

Komposition ist ein Begriff, der über die Jahrhunderte hinweg viele Bedeutungswandlungen durchlaufen hat. Im Kern bezeichnet Komposition „den Vorgang des Zusammensetzens von Grundelementen des musikalischen Ton- und Aufzeichnungssystems zu übergeordneten Bestandteilen [Hervorhebung im Original]“:⁵⁶ Also des Schaffens von musikalischen Werken. Inwieweit der Begriff der Komposition von dem der Improvisation abzugrenzen ist, steht zur Debatte. Nach Bruno Nettl können beide als zwei Enden eines Spektrums verstanden wer-

*Original: „a form of anticipatory behavior“⁵²

⁵¹Lerdahl und Jackendoff 1983, S.17–18.

⁵²Härpfer 2023, S.58

⁵³Ebd. S.146.

⁵⁴Ebd. S.58.

⁵⁵Cormen u. a. 2009, S.5.

⁵⁶Eggebrecht 1972-2006a, Compositio.

den,⁵⁷ wobei das eine „auf Spontaneität zugunsten von Deliberation [verzichtet], während das zweite die Suche nach Innovation zugunsten plötzlicher Eingebung aufgibt“*.

Algorithmische Komposition kann somit als das Schaffen von musikalischen Werken mithilfe von Algorithmen verstanden werden. Zwar ist dies auch ohne Computer, etwa mit Papier und Bleistift, möglich; in der Praxis kommt jedoch meist ein Computer als Kompositionswerkzeug zum Einsatz. Eine Abgrenzung zur improvisatorischen Praxis ist im Rahmen dieser Arbeit nicht entscheidend, da echtzeitfähige Algorithmen sowohl für den kompositorischen als auch den improvisatorischen Akt beim computergestützten Musizieren relevant sein können. Im Kontext der Computermusik unterscheidet Rick Taube drei zentrale Begriffe:

Computergestützte Komposition liegt vor, wenn der Computer bei kompositorischen Aufgaben hilft. Das heißt er stellt Daten für die Komposition zusammen oder erleichtert Darstellung oder Wiedergabe der Musik. Der Computer ist also für die Umsetzung hilfreich, aber nicht in die Entwicklung der kompositorischen Idee involviert.⁵⁹ Streng genommen sind Computer mittlerweile in Form von Notationsprogrammen, Digital Audio Workstations (DAWs) etc. in die meisten Aspekte des Musikmachens involviert.

Automatische Komposition steht für Computersysteme, die selbstständig Musik erzeugen sollen. Beispiele dafür sind David Copes *Experiments in Musical Intelligence* oder verschiedene Klanginstallationen.⁶⁰

Computerbasierte Komposition liegt vor, wenn der Computer gezielt eingesetzt wird, um kompositorische Ideen in abstrakter Form – jenseits der Partitur – darzustellen. Mit diesen Darstellungen auf einer Meta-Ebene können auch die Beziehungen und Prozesse, die eine Komposition ausmachen mit dem Computer ausgedrückt werden. Der Umgang mit dem Computer ist ein wesentlicher Teil der Ideenfindung / -entwicklung. Kompositorische Ideen lassen sich auf einer Meta-Ebene definieren und flexibel in verschiedene musikalische Kontexte integrieren. Kleine Änderungen auf dieser Ebene können große Auswirkungen auf das Stück haben und zu unerwarteten Ergebnissen führen, die neue

* Original: „The first gives up spontaneity for deliberation, while the second eschews a search for innovation in favor of giving way to sudden impulse.“⁵⁸

⁵⁷Nettl 1974, S.6.

⁵⁸Ebd. S.11

⁵⁹Taube 2004, S.5.

⁶⁰Ebd. S.5.

Ideen hervorbringen – oft solche, die ohne den Computer nicht entstanden wären. Die Möglichkeit, Musik auf eine neue, abstraktere Weise zu denken, führt häufig zu neuartiger Musik. Aus einfachen Grundideen können zudem schnell komplexe Strukturen entstehen.

Auch erleichtert der Computer die Anwendung mathematischer Konzepte wie stochastischer Prozesse auf musikalische Parameter. Während Komponistinnen solche Verfahren bereits manuell nutzten*, kann der Computer viele kompositorische Aufgaben deutlich effizienter ausführen, sobald sie algorithmisch formalisiert sind. Er verarbeitet große Datenmengen und wertet sie analytisch aus, um potenziell musikalisches Material zu generieren. Berechnungen, für die ein Mensch Jahre benötigen würde, fließen somit leichter in kreative Entscheidungen ein und können mit anderen Ausgangsparametern problemlos wiederholt werden.⁶¹ Die in Kapitel 3 beschriebenen Methoden zielen vorwiegend auf eine Arbeit innerhalb dieser Domäne ab.

„Die computergestützte Komposition wird zu einer im Wesentlichen empirischen Tätigkeit, bei der die Komponistin mit Ideen experimentiert und sie schnell testet, während sie sich von einer anfänglichen Neugierde zu ihrer endgültigen kompositorischen Form entwickelt. Unabhängig davon, ob eine Komponistin ‚experimentelle Musik‘ schreibt oder nicht, stellt die computergestützte Komposition praktisch sicher, dass die Komponistin ‚experimentierende Musik‘ schreibt.“**

Eine der ältesten Programmiersprachen, die auch für algorithmische Komposition verwendet wird ist Lisp (siehe Abschnitt 2.5). In seiner *Introduction to Computer Composition*⁶³ bezieht sich Rick Taube beispielsweise nahezu ausschließlich auf Lisp. Einige wegweisende Bibliotheken zum Komponieren in Lisp bieten Vorlagen, wie musikalische Ideen in Code dargestellt, und dann zu Klängen und Partituren transformiert werden können. Zum Beispiel Common Music, welches Rick Taube ab 1989 entwickelte,⁶⁴ Common Music Notation⁶⁵ von

*Insbesondere Iannis Xenakis.

**Original: „Computer-based composition becomes an essentially empirical activity, one in which the composer experiments with ideas and rapidly tests them out as they develop from an initial curiosity into their final compositional form. Regardless of whether or not a composer writes ‚experimental music‘, computer-based composition practically insures that the composer writes ‚experimenting music‘.“⁶²

⁶¹Ebd. S.5–6.

⁶²Ebd. S.5

⁶³Ebd.

⁶⁴Ebd.

⁶⁵Schottstaedt o. D.(b).

Bill Schottstaedt oder Slippery Chicken⁶⁶ von Michael Edwards. Auch andere Programmiersprachen wie Python oder C bieten Werkzeuge und Bibliotheken mit entsprechenden Vor- und Nachteilen, die den Zugang zur algorithmischen Komposition ermöglichen – teils durch spezialisierte Frameworks, teils durch individuelle Implementationen.

2.5. Komponieren mit Common Lisp

Neben Fortran zählt Lisp zu den ältesten noch genutzten Programmiersprachen⁶⁷ und ist durch Bibliotheken wie Common Music,⁶⁸ Common Music Notation⁶⁹ oder Common Lisp Musik⁷⁰ auch für die Entwicklung der Computermusik bedeutend. Auch heute bietet Lisp zahlreiche Vorteile für Komponistinnen, die im Folgenden erläutert werden. Nicht zuletzt deshalb wurde die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Software in Lisp realisiert.

Lisp (von LIST Processing) ist eine symbolische Allzweck-Programmiersprache, also nicht auf einen spezifischen Anwendungsbereich beschränkt. Wie der Name andeutet, spielt die Verarbeitung von Listen (gekennzeichnet durch Klammern) eine zentrale Rolle.* Besonders an Lisp ist, dass die Sprache grundsätzlich nicht zwischen Code (Anweisungen) und Daten (zu verarbeitenden Informationen) unterscheidet. Ein Lisp-Programm kann daher selbst als Datenstruktur dargestellt und manipuliert werden.**⁷²

Lisps mächtige Makros führen dazu, dass die Sprache mit sich selbst erweitert werden kann. Auch ganz neue Sprachen mit anderem Syntax könnten komplett in Lisp geschrieben werden. Grundsätzlich kann alles immer weiter abstrahiert werden – genau das ist auch der Fokus der Sprache.⁷³ Im Gegensatz zu vielen anderen Programmiersprachen, die zur gleichen Zeit entwickelt worden sind, priorisiert Lisp elegante Lösungen und Abstraktion anstelle von

*Dieser Aspekt prägt beispielsweise die RQQ-Notation, die in Abschnitt 2.6.2 erläutert wird.

**Auf dieses mächtige Prinzip verweist Rick Taube, wenn er schreibt: „Lisp ist eine Computerprogrammiersprache, die in Lisp geschrieben ist.“ (Original: „Lisp is a computer programming language written in Lisp.“)⁷¹

⁶⁶Edwards o. D.(c).

⁶⁷Graham 1993, S.8.

⁶⁸Taube 2004.

⁶⁹Schottstaedt o. D.(b).

⁷⁰Schottstaedt o. D.(a).

⁷¹Taube 2004, S.7

⁷²Cope 1991, S.71.

⁷³Taube 2004, S.8.

Effizienz oder Hardwarenähe.⁷⁴

„Lisp-Programmiererinnen können, und tun es oft, Programme schreiben, die ihre Programme für sie schreiben. Lisp ist die einzige bedeutende Sprache, in der diese Technik routinemäßig angewendet wird, weil Lisp als einzige bedeutende Sprache die Abstraktionen bietet, die sie bequem machen.“^{*}

Ein weiterer wichtiger Faktor ist Lisps relativ einfacher Syntax, der dazu führt, dass man die Sprache auch mit wenigen Grundkenntnissen in großen Teilen beherrschen kann. Dadurch ist die Sprache ziemlich einsteigerfreundlich und wurde, zumindest in der Vergangenheit, oft als erste Sprache an Universitäten gelehrt. Auch ist es möglich, schon direkt mit dem Komponieren zu beginnen, auch ohne vorher mit der gesamten Sprache vertraut zu sein. Dazu kommt, dass Programmierinnen, die Lisp benutzen, die Arbeit in Lisp selbst als ästhetischer bezeichnen – mehr als in anderen Sprachen. Besonders in kreativen Feldern kann Ästhetik auch auf dieser Meta-Ebene entscheidend sein.⁷⁶

Für die computerbasierte Komposition – eine *empirische Tätigkeit* (siehe Abschnitt 2.4) – ist es entscheidend, dass Lisp interaktiv und dynamisch ist. Da Programme nicht kompiliert werden müssen, können sie, während sie laufen, verändert und unmittelbar ausprobiert werden. Es genügt, einzelne Funktionen neu zu evaluieren, um Änderungen vorzunehmen. Effizientes Prototypisieren, also schnelles Experimentieren und Ändern, Erforschen und immer weiter Verbessern, ist essenziell für den kompositorischen Prozess. Sobald diese Phase vorbei ist, ist es aber trotzdem möglich, den Code zu optimieren, bis er mit anderen Sprachen mithalten kann.⁷⁷ Paul Graham schreibt: „Lisp ist eigentlich zwei Sprachen: eine Sprache zum Schreiben schneller Programme und eine Sprache zum schnellen Schreiben von Programmen.“^{**} Auch für das Improvisieren oder für Live Coding sind diese Eigenschaften nützlich.

^{*}Original: „Lisp programmers can, and often do, write programs to write their programs for them. Lisp is the only major language in which this is a routinely used technique, because Lisp is the only major language to provide the abstractions that make it convenient.“⁷⁵

^{**}Original: „Lisp is really two languages: a language for writing fast programs and a language for writing programs fast.“⁷⁸

⁷⁴Graham 1993, S.8.

⁷⁵Graham 1996, S.ix

⁷⁶Taube 2004, S.8–9.

⁷⁷Ebd. S.8–9.

⁷⁸Graham 1996, S.213

Insgesamt ist es nicht eine einzige Eigenschaft, sondern die Kombination aller Eigenschaften, die diese Sprache so beliebt macht.⁷⁹

2.6. Textbasierte Darstellungen von Rhythmus

Aus der Vielzahl möglicher rhythmischer Darstellungen konzentriert sich dieser Abschnitt auf einige wenige, die für die algorithmische Komposition besonders relevant sind. Um plattformunabhängig und in verschiedenen Programmiersprachen leicht verarbeitbar zu sein, sind diese Darstellungen textbasiert. Im folgenden Kontext wird Rhythmus vorerst auf eine Abfolge von Dauern reduziert – es wird also lediglich der grundlegendste Parameter notiert. Die RQQ-Notation, welche am Ende dieses Abschnittes vorgestellt wird, stellt zusätzlich eine nützliche Darstellung metrischer Strukturen dar.

2.6.1. Gerasterte Rhythmen darstellen

Als gerasterte Rhythmen können Rhythmen verstanden werden, deren Einsätze nur auf einem (Quantisierungs-)Raster stattfinden. Ein Raster kann als die Gesamtheit der möglichen Startzeiten für Rhythmusnoten betrachtet werden. Da die Startzeiten für Rhythmen somit nicht frei wählbar sind, lassen sie sich extrem effizient über die Position im Raster speichern. Das Raster selbst ist oft von Hard- oder Software vorgegeben und in den meisten Fällen isochron, also mit einem Grundpuls vergleichbar.

Die einfachste Art, einen Rhythmus darzustellen, ist über eine binäre Zeichenfolge. Es können also zwei rhythmische Zustände unterschieden werden. Analog zum Morse-Code könnte das kurz (.) und lang (-) sein, oder analog zu poetischen Akzenten betont (ˉ) oder unbetont (˘).⁸⁰ Am geläufigsten ist es, dass eine binäre Folge An und Aus, also Note und Pause codiert. Werden diese Folgen wie in Beispiel a) durch 1 und 0 dargestellt, sind die Vorteile für eine Verarbeitung mit dem Computer zwar offensichtlich, für einen Menschen ist ein Rhythmus so allerdings schwer lesbar. Die Box-Notation, dargestellt in b), folgt dem gleichen Prinzip, ersetzt 0 und 1 aber mit besser differenzierbaren Zeichen, beispielsweise ‚⁴ und ‚x‘.^{81,82}

⁷⁹Graham 1993, S.8.

⁸⁰Lerdahl und Jackendoff 1983, S.19.

⁸¹Liu und Toussaint 2012, S.261.

⁸²Härpfer 2023, S.141.



a) 10100100011100

b) x.x...x...xxx..

Die n te Ziffer steht für die n te mögliche Startzeit, die durch das Raster definiert ist. Für isochrone Raster gilt also, dass jedes Symbol die gleiche Zeiteinheit darstellt. Alle Einsatzabstände, die ein ganzzahliges Vielfaches dieser Einheit darstellen, können dementsprechend notiert werden. Würde der Grundschlag des in a) und b) gezeigten Rhythmus einer Achtelnote entsprechen, könnte er wie über a) dargestellt klassisch notiert werden.

Neben der optimalen Speichernutzung dieser Notation bietet sie sich auch an, um bitweise Operatoren (NICHT, UND, XOR ...) auf mehrere dieser Rhythmen anzuwenden und sie effizient zu transformieren.⁸³ Auch andere Verfahren wie lineare zelluläre Automaten können für kreative Anwendungen eingesetzt werden.⁸⁴

Wenn statt einer einfachen An/Aus-Unterscheidung mehrere Zustände differenziert werden sollen, eignen sich verschiedene Darstellungsweisen, die analog zu Drum Machines betrachtet werden können. Das Prinzip binärer Folgen ähnelt der Funktionsweise von Drum Machines und Step-Sequenzern. Ein Takt wird häufig in 16 Einsatzpunkte unterteilt, die den Sechzehntelnoten eines 4/4-Taktes entsprechen; andere Unterteilungen sind jedoch ebenfalls gebräuchlich. Polyphone Sequenzer können als mehrere parallele An/Aus-Folgen betrachtet werden, die unabhängig voneinander programmiert werden können – jeweils eine für jedes Instrument. Monophone Sequenzer funktionieren stattdessen wie ein programmierbares Raster, auf dem statt eines einfachen ‚An‘ ein Instrument oder Sample ausgewählt wird.^{85,86} Die Notation mehrerer simultaner Raster lässt sich mit *drum tablature* vergleichen.⁸⁷

Die Grenze zwischen Notation und Rhythmussynthese wird fließend, wenn pro Schlag nicht nur An/Aus oder ein Instrument notiert wird, sondern die Wahrscheinlichkeit, mit welcher eine Note erfolgt. Mehr zu diesem Thema folgt in Abschnitt 2.7.1.

Quantisierte/gerasterte Rhythmen wirken oft mechanisch, besonders, wenn das Raster

⁸³Collins 2002, S.9.

⁸⁴Ebd. S.10.

⁸⁵Arar und Kapur 2013, S. 383.

⁸⁶Collins 2002, S.7–8.

⁸⁷Liu und Toussaint 2012, S.262.

grob und regelmäßig ist. Um das zu ändern, aber die Vorteile dieser Darstellungsweise beizubehalten, kann man das Raster beispielsweise in der zeitlichen Wiedergabe verzerren. Um mit 16 Noten pro Takt einen Swing zu imitieren, kann jede zweite Sechzehntel leicht verzögert werden. Einige Drum Machines erlauben es sogar, diese Verzögerung einzustellen.⁸⁸ Dadurch können Rhythmen immer noch nicht komplett frei programmiert werden, aber der zugrundeliegende Puls ist kein regelmäßiger mehr. Diese zeitlichen Veränderungen des Pulses könnten noch komplexer programmiert werden, um einen ursprünglich starren Rhythmus weiter zu beleben.

Um bei einem regulären Raster die Einsatzabstände eines Rhythmus abzulesen, muss man die Anzahl der Zeichen bis zur nächsten 1 zählen. Für den in a) dargestellten Rhythmus wären die Einsatzabstände also:

c) 234113

Solange es ausschließlich um die Notation von Dauern geht, besitzt die Darstellung der Einsatzabstände denselben informativen Gehalt wie die binäre Folge, bringt jedoch andere Vor- und Nachteile mit sich. Mehr dazu in Abschnitt 2.6.2.

2.6.2. Freie Rhythmen darstellen

Sobald man Rhythmen frei, also unabhängig von einem vorgegebenen Raster notieren möchte, bieten sich einige andere Darstellungen an. Naheliegend sind die Notation der Startzeiten und der Einsatzabstände, also von konkreten Zeiten.

Darstellung von Einsatzabständen

Die wohl gebräuchlichste Darstellung einer Folge von Dauern besteht darin, diese in einer Liste zu erfassen. Diese Form wird auch als Notation von Einsatzabständen oder Einsatzabstandsstruktur bezeichnet.⁸⁹

Rhythmen und rhythmische Verhältnisse, die in dieser Form dargestellt werden, sind für Menschen gut lesbar und eignen sich besonders für algebraische Ansätze in Analyse und

⁸⁸Collins 2002, S.7–8.

⁸⁹Toussaint 2013, S.14.

Komposition.⁹⁰ Da die Liste ebenso viele Elemente enthält wie notierte Noten, lassen sich weitere Parameter durch parallele Listen gleicher Länge zuordnen. Beispiel d) zeigt, dass ein Rhythmus mit langen Dauern (relativ zu einem Grundschlag) deutlich kompakter dargestellt werden kann, als etwa durch eine binäre Folge (die in diesem Fall beispielsweise 10101000000000100010 oder 1110000101 lauten kann). Zudem zeigt Beispiel e) einen Rhythmus ohne klaren Grundschlag.

d) 2 2 10 4 2

e) 3/2 2 5/3 7/3 1

Darstellung von Startzeiten

Die Darstellungen von Startzeiten und Einsatzabständen ähneln sich stark. Welche Variante bevorzugt wird, hängt oft vom konkreten Ziel einer Software ab. Beispiele c), d) und e) können über ihre Startzeiten folgendermaßen notiert werden:

f) 0 2 5 9 10 11

g) 0 2 4 14 18

h) 0 3/2 7/2 31/6 15/2

Darstellung in Teilungsverhältnissen

Die Darstellung von Teilungsverhältnissen meint die Darstellung relativer statt absoluter Zeiten. Notiert werden also Proportionen, die den Kontext einer Gesamtzeit voraussetzen.

Klassische Notation notiert keine absoluten Zeitangaben (eine Viertelnote hat keine Dauer in Sekunden) und benötigt die Angabe eines Tempos. Die Zeichen klassischer Notation könnten in Textform entweder in Proportionen übersetzt ($1/4$ für eine Viertelnote), oder mit Sonderzeichen dargestellt werden (q für quarter note). Auf diese Art setzt beispielsweise die Software Slippery Chicken von Michael Edwards die Eingabe von Rhythmussequenzen um.⁹¹ Rhythmus d) könnte zum Beispiel auch wie in i) dargestellt werden. Ein e steht für Achtelnoten, q für Viertel, ein Punkt für eine punktierte Note und das Plus für einen Bindebogen.

i) e e q + q. q e

⁹⁰Liu und Toussaint 2012, S.262.

⁹¹Edwards o. D.(c).

RQQ ist eine weitere Art der Notation von rhythmischen Proportionen. Hier kann die Dauer einer höheren Ebene rekursiv immer weiter unterteilt werden. Dadurch können beliebig verschachtelte rhythmische Strukturen in einfachen Proportionen ausgedrückt werden. Ursprünglich stammt RQQ aus Bill Schottstaedts CMN (Common Music Notation – eine Bibliothek in Common Lisp, die westliche Notation generieren kann). Listen werden über die für Common Lisp typischen Klammern definiert.⁹² Die Umsetzung in Lisp wurde später von Gerard Assayag maßgeblich verbessert und in IRCAMs Patchwork/OpenMusic integriert. RQQ steht vermutlich für Rational Aliquot Quarter.^{93,*}

Im Vergleich zu bisher behandelten Darstellungen ist RQQ nicht unbedingt intuitiv. Zudem spielt diese Notation eine wesentliche Rolle in den Abschnitten 3.4 bis 3.8, weshalb sie hier ausführlicher erläutert wird.

RQQ basiert auf Listen von Proportionen. Jede Zahl in dieser Liste steht für eine Note auf dieser hierarchischen Ebene, deren Dauer proportional zu den anderen Noten in dieser Liste und relativ zu einer Gesamtdauer ist. Diese Gesamtdauer wird vor die Liste geschrieben. Die tatsächlich notierten Zahlen sind vorerst insofern irrelevant, als sie immer nur Verhältnisse angeben und somit auch die Gesamtdauer auf eine konkrete Zeit bezogen werden muss. Vier Viertelnoten könnten über die in Beispiel k) abgebildeten Listen notiert werden. Im Kontext von Viertelnoten wirkt die erste Variante zwar schlüssiger, die zweite notiert allerdings exakt die gleichen Verhältnisse und ist somit ebenso valide. Beide müssen an anderer Stelle auf die Dauer von 4 Vierteln bezogen werden.

k) $(4 (1 1 1 1)) \cong (1 (2 2 2 2))$

Die Struktur einer Liste aus Gesamtdauer und Proportionen gilt auf allen Ebenen. Eine Viertelnote aus Beispiel k) könnte weiter unterteilt werden, beispielsweise in zwei Achtel. Dafür wird eine der Zahlen wiederum durch eine Liste aus Gesamtdauer und Unterteilungen ersetzt. Die Gesamtdauer steht hierbei für die Dauer dieser Gruppe relativ zu den anderen Gruppen/Noten auf der gleichen Ebene. Ein Rhythmus aus Viertel- und Achtelnoten könnte

*Ein Beispiel für die musikalische Verwendung dieser Notation ist Michael Edwards *jitterbug* Algorithmus, mit welchem er unter anderem die Stücke *jitterbug* und *Durchhaltevermögen* geschrieben hat.^{94,95}

⁹²Schottstaedt o. D.(b), rqq.lisp.

⁹³Edwards 2015.

⁹⁴Edwards o. D.(b)

⁹⁵Edwards o. D.(a)

folgendermaßen aussehen:

1)  (4 (1 1 (1 (1 1)) 1))

m)  (4 (1 1 (1 (1 1 1)) 1))

Für einfache Rhythmen wirkt die verschachtelte Notation vorerst kompliziert. Der Vorteil von RQQ wird klar, sobald es um komplexere rhythmische Verhältnisse geht. Der Rhythmus in l) kann durch eine kleine Veränderung angepasst werden, sodass eine Viertel nicht in zwei Achtel, sondern eine Achtel-Triole unterteilt wird, wie in Beispiel m). Rhythmen, für welche die Einsatzabstände vorliegen, können direkt übertragen werden. Die Einsatzabstände 2 2 10 4 2 könnten wie in n) dargestellt notiert werden. Die Beispiele n) bis q) sind in Abbildung 2.1 in klassischer westlicher Notation dargestellt, wobei die Gesamtdauer 4 immer auf 4 Viertel bezogen wird. Diese Beispiele zeigen, dass RQQ durch die vielen Klammern einerseits schnell unübersichtlich wird, andererseits über einfache ganzzahlige Verhältnisse komplexe Rhythmen darstellen kann.

n) (4 (2 2 10 4 2))

o) (4 ((3 (1)) (4 (1 2 1))))

p) (4 (2 (2 (1 1 1)) (2 (2 1 2))))

q) (4 ((1 (1 (1 (3 1)))) (1 (1 (1 (2 1)))) (2 (3 (2 (1 1))))))

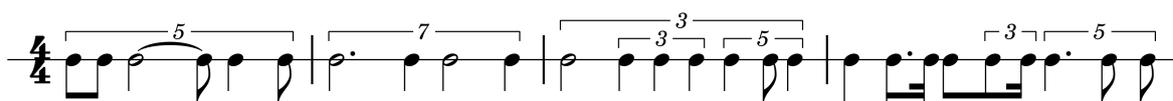


Abbildung 2.1.: Die Rhythmen n) bis q) in klassischer Notation im 4/4 Takt.

Während die Einsatzabstände der Noten durch die Proportionen vermittelt werden, lässt sich mit RQQ über die Verschachtelung der Klammern noch eine ganz andere Information notieren: (metrische) Gruppierung. Wenn man einzig die Einsatzabstände eines Rhythmus kennt, besitzt dieser eine metrische Mehrdeutigkeit. Das heißt, dass ein Rhythmus in verschiedenen Metren dargestellt werden, und dementsprechend unterschiedlich interpretiert werden könnte.⁹⁶ Da, wie in Abschnitt 2.3 erläutert, eine Wechselwirkung zwischen metri-

⁹⁶Härpfer 2023, S.v.



Abbildung 2.2.: Der gleiche Rhythmus, einmal im 6/8, einmal im 3/4 Takt notiert.

schen und phänomenalen Akzenten besteht, kann es wichtig sein, metrische Informationen zu notieren. Abbildung 2.2 zeigt, wie klassische Notation diese Problematik über Taktarten und visuelle Gruppierung löst. Die gleiche Information lässt sich über die Gruppierung von Elementen in RQQ notieren; vergleiche dazu Beispiel r) und s). Daher eignet sich die RQQ-Notation zur Notation metrischer Hierarchien.

r) (6 ((3 (1 1 1)) (3 (1 1 1))))

s) (6 ((2 (1 1)) (2 (1 1)) (2 (1 1))))

Einige Einschränkungen der RQQ-Notation werden in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Besonders solche, die die Übertragung von RQQ in klassische Notation vereinfachen sollen. Beispielsweise könnten rhythmische Proportionen nicht nur über ganze Zahlen, sondern über alle rationalen Zahlen definiert werden, die resultierenden Verhältnisse werden dadurch lediglich komplexer.

2.7. Rhythmen algorithmisch generieren

Dieser Abschnitt gibt einen Überblick über verschiedene Ansätze zur algorithmischen Generierung von Dauernfolgen, die als Ausgangspunkt für die in Kapitel 3 dargestellten Verfahren dienen können. Es wird dabei zwischen gerasterten und freien Rhythmen unterschieden. Ziel ist es, ein möglichst breites Spektrum an Methoden aufzuzeigen, ohne jedoch einen Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben. Nicht näher behandelt werden unter anderem Markov-Modelle, zelluläre Automaten und generative Grammatiken.

2.7.1. Gerasterte Rhythmen generieren

Auch, wenn Notierbarkeit in dieser Arbeit nicht im Fokus steht, kann diese eine erhebliche Rolle bei der Generierung von Rhythmen spielen. Eine Strategie, um möglichen Problemen aus dem Weg zu gehen ist, ein Raster vorzugeben, also einen kleinsten möglichen Einsatzabstand (siehe Abschnitt 2.6.1). Über dieses kann festgelegt werden, wie komplex die Rhythmen maximal werden dürfen. Im Folgenden werden einige Ansätze und Algorithmen beschrieben,

um Rhythmen für ein Raster zu generieren.

Rhythmen mittels Zufall generieren

Eine einfache Methode ist, Rhythmen komplett dem Zufall zu überlassen. Kompositorisch gehaltvoll werden solche Methoden dann, wenn der Zufall gezielt gesteuert wird. Ein Ansatz wäre zum Beispiel, dass die verschiedenen Schläge eines Rasters unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten für den Einsatz einer Note haben.

Nick Collins erweitert diesen Ansatz, indem er für verschiedene Instrumente jeweils separate Raster mit eigenen Wahrscheinlichkeitsverteilungen definiert. Diese Wahrscheinlichkeiten für einen Takt mit 16 Schlägen könnten wie in Abbildung 2.3 aussehen.

```
//kick
[0.7, 0.0, 0.4, 0.1, 0.0, 0.0, 0.0, 0.2, 0.0, 0.0, 0.5, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.3]
//snare
[0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.5, 0.0, 0.2, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.3]
//hihat
[0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.7, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.7]
```

Abbildung 2.3.: Nick Collins' Beispiel für die Wahrscheinlichkeitsverteilung für einen UK Garage Beat für Kick, Snare und Hihat.⁹⁷

Die Wahrscheinlichkeiten reichen von 0.0 bis 1.0. Eine 0.0 bedeutet, dass an dieser Stelle niemals eine Note platziert werden kann, eine 1.0 bedeutet, dass dort immer eine Note platziert wird. Die Wahrscheinlichkeiten stammen in diesem Beispiel aus einer Analyse von UK Garage beats und ermöglichen es tatsächlich, genrespezifische Drumloops zu generieren.^{98,*}

Clarence Barlow beschäftigte sich ebenfalls damit, die Wahrscheinlichkeit einer Note an einer Stelle im Takt zu berechnen. Seine Ideen zur *Unverzichtbarkeit* sind aber nicht genrespezifisch, sondern beziehen sich auf Metren. Abschnitt 3.2 behandelt seine Ideen ausführlich. Wie die *Unverzichtbarkeiten* von Noten genutzt werden können, um unter anderem Drum-Beats zu generieren, wird in Abschnitt 3.8 ausgeführt.

*Diese Methode verwendet er beispielsweise in seiner generativen Tanzmusik-Komposition *iDAB*, publiziert als SuperCollider Programm.

⁹⁷Collins 2002

⁹⁸Ebd. S.8.

Rhythmen mit bestimmten Eigenschaften generieren

Godfried Toussaint zählt in seinem Buch *The Geometry of Musical Rhythm* unzählige (geometrische) Eigenschaften auf, die ein Rhythmus aufweisen kann. Dafür stellt er zyklische Rhythmen auf einem Kreis dar, um gewisse Konzepte besser zu veranschaulichen. Er beschreibt für manche dieser Eigenschaften Algorithmen, die Rhythmen mit diesen Eigenschaften generieren.⁹⁹ Einige davon werden im Folgenden zusammengefasst:

Der Hop and Jump Algorithmus generiert *Odd Rhythms*. Das sind Rhythmen mit einer geraden Anzahl von Schlägen, für die alle Einsätze asymmetrisch verteilt sind. Wird der Rhythmus auf einem Kreis dargestellt heißt das, dass diametral gegenüber eines Einsatzes kein Einsatz liegen darf.¹⁰⁰ Der Algorithmus funktioniert wie folgt:

- Der erste Einsatz wird bei Puls 0 platziert.
- Der nächste Einsatz wird durch einen Hop um eine feste Distanz (z. B. 2 Pulse) gesetzt. Der diametral gegenüberliegende Puls wird gesperrt.
- Ist ein Hop nicht möglich (weil der Puls gesperrt oder bereits belegt ist), wird er durch einen Jump ersetzt. Das heißt der nächste freie Puls wird gesucht und genutzt.
- Danach werden wieder reguläre Hops ausgeführt, bis alle möglichen Einsätze platziert sind.¹⁰¹

Der Euklidische Algorithmus verteilt eine gegebene Anzahl von Noten k so gleichmäßig wie möglich auf eine Anzahl von Pulsen n . Der Algorithmus ist in Abbildung 2.4a und 2.4b dargestellt und funktioniert wie folgt:*

- **Initialisierung:** In einer Liste mit n Pulsen werden die ersten k Pulse als Einsatz markiert.
- **Subtraktionsphase:** Wenn k größer ist als die Hälfte von n , setze l auf $n - k$, sonst auf k . Solange die ursprüngliche Liste mindestens $2 \cdot l$ Elemente lang ist, werden immer wieder die ersten l Elemente vom Ende der Liste in eine neue Liste gesammelt.

*Eine interaktive Version des Algorithmus steht als Web-Interface unter <https://dbkaplun.github.io/euclidean-rhythm/> zur Verfügung.

⁹⁹Toussaint 2013.

¹⁰⁰Ebd. S.85.

¹⁰¹Ebd. S.91.

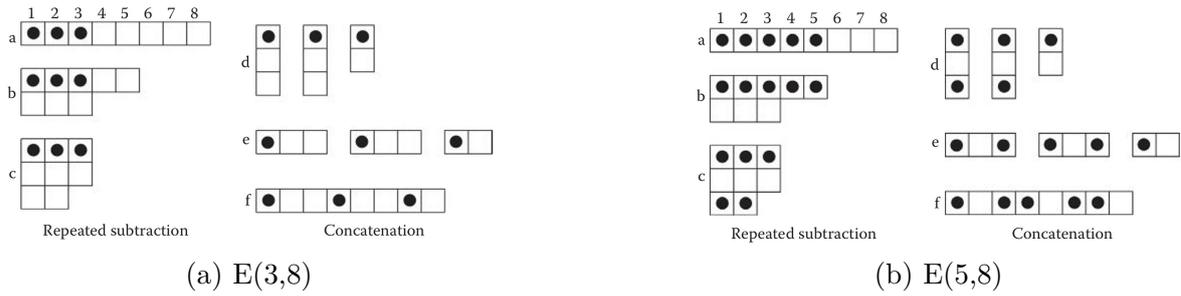


Abbildung 2.4.: Visualisierung von zwei Beispielen des euklidischen Algorithmus.¹⁰⁴

Zum Schluss werden die letzten Elemente der ursprünglichen Liste in eine neue Liste gesammelt, sodass l Elemente in der ursprünglichen Liste bleiben.

- **Konkatenationsphase:** Nun wird jeweils das erste Element aller Listen genommen, dann das zweite, dann das dritte usw. Die Listen werden also miteinander verschränkt.¹⁰²

Deep Rhythms sind Rhythmen, bei denen jede mögliche Distanz zwischen zwei Einsätzen eine eindeutige Anzahl von Malen vorkommt.¹⁰³ Der Algorithmus zur Generierung von *Deep Rhythms* funktioniert wie folgt:

- Der erste Einsatz wird bei Puls 0 platziert.
- Die weiteren Einsätze werden durch das Voranschreiten um eine feste Distanz d gesetzt. d muss teilerfremd zur Gesamtanzahl n der Pulse sein, d. h., sie dürfen keine gemeinsamen Teiler außer 1 haben.
- Das Voranschreiten erfolgt zyklisch, bis die gewünschte Anzahl von Einsätzen platziert ist.¹⁰⁵

¹⁰²Ebd. S.130–131.

¹⁰³Ebd. S.179.

¹⁰⁴Abbildung aus Ebd. S.131

¹⁰⁵Ebd. S.185.

Andere Wege, um zu generieren

Das Schillinger System ist ein von Joseph Schillinger entwickeltes formalisiertes und komplexes System, das auch als „einzigartiger, vielleicht fehlgeleiteter Versuch betrachtet werden, die atomare Struktur der Musik zu entdecken“^{*}.^{**} Es kann unter anderem genutzt werden, um Rhythmen aus jeweils kleineren Einheiten zu generieren. Dafür werden zwei oder mehr verschiedene regelmäßige Pulse überlagert, z.B. 2 Einsätze in der gleichen Zeit wie 3 Einsätze. Indem alle Einsätze aller Noten dieser Pulse überlagert und gesammelt werden, entsteht ein neuer Rhythmus. Der regelmäßige Grundschlag dieses neuen Rhythmus entspricht dem größten gemeinsamen Teiler aller Proportionen, bei 2 und 3 also 1. Im folgenden Beispiel entspricht dieser Grundschlag einer Viertelnote:

Puls 1:	♩	♩	
Puls 2:	♩	♩	♩
Überlagerung:	♩	♩♩	♩

Letztendlich handelt es sich also um polyrhythmische Überlagerungen.[†] Die auf diese Art generierten Rhythmen besitzen eine metrische Mehrdeutigkeit und ermöglichen die Bildung von Hemiolen. Das Beispiel mit den Verhältnissen 2:3 könnte sowohl als zwei 3/4 Takte, als auch in drei 2/4 Takte interpretiert werden. Außerdem sind die erzeugten Rhythmen immer symmetrisch.¹¹⁰

Ableitungen von bestehenden Rhythmen nehmen einen ‚guten‘ Rhythmus als Ausgangspunkt für Variationen. Durch Spiegelung, Rotation, Permutation oder das Verschieben von

^{*}Original: „can be looked upon as a unique, perhaps misguided attempt to discover the atomic structure of music“¹⁰⁶

^{**}Einige berühmte Jazz- und Filmkomponistinnen wie George Gershwin oder Glenn Miller haben bei Schillinger studiert und sein System zum Teil in ihren Kompositionen verwendet.¹⁰⁷

[†]Zahlreiche Komponistinnen haben sich mit der Grundidee der Überlagerung periodischer Ereignisse auseinandergesetzt. Auf einer Meta-Ebene lassen sich etwa Parallelen zu Xenakis’ *Sieve Theory* ziehen.¹⁰⁸ Eine frühe, komplexe Auseinandersetzung mit rhythmischer Überlagerung findet sich auch bei Conlon Nancarrow, der sich besonders für Geschwindigkeitsverhältnisse interessierte. Durch die Gleichzeitigkeit verschieden schneller Stimmen entstehen bei ihm hochkomplexe rhythmische Verhältnisse.¹⁰⁹

¹⁰⁶Degazio 1988, S.132

¹⁰⁷Ebd. S.125

¹⁰⁸Xenakis und Rahn 1990

¹⁰⁹Hocker 1998

¹¹⁰Schillinger 1946.

Pulsen auf einem Raster lassen sich Rhythmusfamilien erzeugen.¹¹¹ Analog zu Messiaens Technik der additiven Rhythmen könnten in einen bestehenden Rhythmus auch Notenwerte eingefügt werden. Die Noten eines Rhythmus werden somit verschoben und agieren potenziell mehr oder weniger synkopisch als der ursprüngliche Rhythmus.¹¹² Viele weitere Verfahren sind denkbar, einschließlich solcher zur Generierung freier Rhythmen.

2.7.2. Freie Rhythmen generieren

Wenn Rhythmen nicht zwingend gerastert sein müssen, ergeben sich zusätzliche Möglichkeiten für ihre Erzeugung. Die folgenden Methoden eignen sich sowohl für freie als auch gerasterte Rhythmen, wobei Einsätze bei Bedarf nachträglich quantisiert werden können.

L-Systeme

L-Systeme sind ein Verfahren zur Erzeugung fraktaler Strukturen. Sie sind nach dem Botaniker Aristid Lindenmayer benannt. Dieser hat 1968 eine formale Sprache entwickelt, um das Wachstum von Algen zu beschreiben. L-Systeme bestehen grundsätzlich aus einem Axiom (einem Start-element aus einem oder mehreren Symbolen), einem Alphabet (welche Symbole definiert sind) und einem Regelsystem, also wie ein Symbol durch keins, eins, oder mehrere Symbole aus dem Alphabet ersetzt wird. Alle Symbole im Axiom werden durch Anwendung der Regeln ersetzt, um ein neues Wort zu bilden. Dieses neue Wort ist dann Ausgangspunkt für die nächste Iteration.¹¹³

Gerhard Nierhaus unterscheidet drei grundlegende Eigenschaften von L-Systemen: L-Systeme sind **kontextunabhängig**, wenn die Substitution der Symbole unabhängig vom Umfeld ist. Sie sind **kontextabhängig**, wenn Symbole abhängig von den vorherigen und nachfolgenden Symbolen unterschiedlich ersetzt werden. L-Systeme sind **deterministisch**, wenn das gleiche Axiom mit den gleichen Regeln immer das gleiche Wort erzeugt. Für **stochastische** L-Systeme können mehrere Regeln für das gleiche Symbol angegeben werden, die jeweils mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ausgewählt werden. In **parametrischen** L-Systemen können einem Symbol ein oder mehrere Parameter hinzugefügt werden. Diese Parameter können von anderen Symbolen abhängig sein. Die Regeln sind abhängig von Bedingungen, die sich auf diese Parameter beziehen.¹¹⁴

¹¹¹Toussaint 2013, S.275–277.

¹¹²O. Messiaen 1974, S.16–17.

¹¹³Nierhaus 2010, S.137–138.

¹¹⁴Ebd. S.139–143.

Mit L-Systemen lassen sich sowohl freie als auch gerasterte Rhythmen erzeugen – abhängig davon, wie das System definiert ist und wie das resultierende Wort rhythmisch interpretiert wird. Eine Möglichkeit besteht darin, jedem Symbol im generierten Wort eine rhythmische Einheit zuzuordnen, etwa eine Dauer oder eine Liste von Dauern. Soll das Ergebnis eine bestimmte Gesamtdauer haben, muss es gegebenenfalls gekürzt oder skaliert werden.*

Die Länge eines durch ein L-System generierten Wortes ist nicht zwangsläufig vorhersehbar und kann sich bei unendlichen Iterationen ins Unendliche ausdehnen. Um Listen fester Länge zu erzeugen, schlagen Kaliakatsos-Papakostas, Floros und Vrahatis Methoden zur Entwicklung endlicher L-Systeme vor. Das generierte Wort wird nach jeder Iteration durch Kürzung/Dopplung auf die gewünschte Länge angepasst. Nach mehreren Durchläufen beginnen sich die Ergebnisse zu wiederholen, wodurch ein Wort mit einem ganzzahligen Vielfachen der Ziellänge entsteht. Solche Listen eignen sich besonders für gerasterte Rhythmen; die Symbole können als Einsätze, Bindebögen oder Pausen interpretiert werden.¹¹⁵

Genetische Algorithmen und maschinelles Lernen

Neuronale Netzwerke sowie genetische oder statistische Modelle können zur automatisierten Rhythmusgenerierung genutzt werden. Dieser Prozess lässt sich als geleitete, aber letztlich zufällige Suche im Raum aller möglichen Rhythmen betrachten. Eine Bewertungsfunktion definiert dabei, was einen ‚guten‘ Rhythmus ausmacht. Durch zufällige Variationen oder regelbasierte Anpassungen werden Rhythmen iterativ optimiert, bis kein signifikanter Fortschritt mehr erkennbar ist.¹¹⁶ Wenn Algorithmen von biologischen Prozessen inspiriert sind, nennt man sie oft genetisch. Sie basieren zum Beispiel auf Mechanismen wie der natürlichen Selektion (beispielsweise über Bewertungsfunktionen), Kreuzung von Genen (Aspekte

*In meinen Kompositionen benutze ich oft eine Methode, die sich vor allem für Rhythmen eignet, die nicht notiert werden müssen. Dafür betrachte ich alle Symbole (ausschließlich Zahlen) als Dauern. Von einem Symbol als Axiom und somit Gesamtdauer ausgehend, unterteile ich diese Dauer nach den aufgestellten Regeln in Proportionen. Die daraus resultierende Liste von Proportionen skaliere ich auf die Gesamtdauer und wiederhole den Vorgang für jede Dauer in dieser Liste. Dabei wird jede Liste von Proportionen auf die Dauer skaliert, die sie ersetzt, was dazu führt, dass die Ergebnisse von mehreren Durchläufen alle Einsätze vorheriger Ergebnisse enthalten. In gewisser Weise ähneln sie den durch Lerdahl und Jackendoff beschriebenen hierarchischen Strukturen von Metren (siehe Abschnitt 3.1), aber ohne jede Regelmäßigkeit. Der beschriebene Algorithmus ist beispielsweise in meinem Stück *los tin the echo* ein zentrales kompositorisches Element.

¹¹⁵Kaliakatsos-Papakostas, Floros und Vrahatis 2012.

¹¹⁶Toussaint 2013, S.96.

verschiedener Rhythmen werden kombiniert) oder Mutation (zufällige Veränderungen).¹¹⁷ Ob resultierende Rhythmen gerastert oder frei sind, hängt von der Implementierung der Systeme und den Bewertungsfunktionen ab.

Eine Sonderform ist die Agenten-basierte Generierung von Rhythmen, die die musikalische Entwicklung von Kleinkindern modellieren kann. Hier sind „Rhythmen [...] das Ergebnis des emergenten Verhaltens interagierender verteilter Akteure“*. Agenten sind individuelle Systeme/Programme, die autonom und nur nach internen Regeln mit ihrer Umwelt interagieren, ohne globales Regelsystem. Agenten können nur daraus Informationen gewinnen, was andere Agenten externalisieren. Um auf diese Art Rhythmen zu generieren, können viele Agenten mit wahllosen Rhythmen initialisiert werden. Diese Rhythmen tauschen sie dann miteinander aus, reagieren auf andere Agenten (zum Beispiel durch Imitation oder Schweigen) und evaluieren ihre eigenen Rhythmen danach neu. Wird dieser Prozess tausende Male durchgeführt, einigen sich alle Agenten irgendwann auf ein paar übereinstimmende Rhythmen.¹¹⁹

Mittels Analysedaten

Ein weiterer Ansatz zur Generierung von Rhythmen ist die Analyse von (Audio-)Daten. Die Möglichkeiten sind vielfältig, daher folgen nur einige Beispiele. Eine Methode besteht darin, Transienten in Klangdateien zu erkennen und in Rhythmen zu überführen – etwa aus Musik, Field Recordings oder Found Footage. Ebenso lassen sich (zeitliche) Verläufe von Messdaten auswerten, indem etwa Ausschläge über einem bestimmten Grenzwert als Noteinsätze interpretiert werden. Auch Niederschlagsmengen aus Wetterdaten könnten als Notendauern dienen. Der Ursprung von Daten kann eng mit der Komposition verbunden sein, oder lediglich einen Ausgangspunkt darstellen. Olivier Messiaen zählt zum Beispiel Geräusche der Natur, Vogelgesang, Pflanzen, Tiere, Mineralien, Tanz, Sprache und Poesie sowie plastische Künste als für ihn interessante außermusikalische Inspirationsfelder auf.¹²⁰

Sollten die mittels Analysedaten gewonnenen Dauernfolgen noch nicht musikalisch überzeugen, bieten die in Kapitel 3 vorgestellten Methoden einige Möglichkeiten, diese Rhythmen zu strukturieren und musikalisch zu gestalten.

*Original: „rhythms result from the emergent behaviour of interacting distributed agents“¹¹⁸

¹¹⁷Miranda 2001, S.129–131.

¹¹⁸Ebd. S.144

¹¹⁹Ebd. S.143–144.

¹²⁰Messiaen, Olivier und Baggech 1998, S.67.

3. Metrische Strukturen als kompositorische Mittel

Wie aus den Abschnitten 2.2 und 2.3 hervorgeht, ist metrisches Wissen für die expressive Interpretation eines Stückes maßgeblich. Hörer können sich wiederum über ihre Hörerfahrungen und die phänomenalen Akzente metrische Strukturen erschließen und Expression von strukturellen Informationen unterscheiden. Die durch ein Metrum ausgelöste Erwartungshaltung ist dementsprechend ein wichtiges und grundlegendes kompositorisches Mittel, das sich auch die Computermusik zu Nutze machen kann. Da ein Computer nur das wiedergibt, was explizit programmiert wurde, fehlt ihm die Fähigkeit zur eigenständigen expressiven Interpretation.* Modelle metrischer Strukturen bieten jedoch die Möglichkeit, diese Expressivität zu simulieren und gezielt mit den Erwartungen der Hörer zu spielen. In diesem Kontext können die Regeln dieser Modelle, die sonst als analytisches Werkzeug verstanden werden, kreativ umgedeutet werden. Ziel dieses Kapitels ist daher nicht die exakte Nachbildung menschlicher Darbietung, sondern die abstrahierende Übertragung einzelner Aspekte menschlicher Performance auf neue, gestalterische Kontexte.

In den Abschnitten 3.1, 3.2 und 3.3 werden schrittweise komplexer werdende metrische Modelle genauer vorgestellt. Abschnitt 3.4 überführt diese Modelle in eine formale Darstellung mittels Funktionen und Algorithmen. Die Abschnitte 3.5 bis 3.8 behandeln die Anwendung metrisch abgeleiteter Gewichtungen auf rhythmische Parameter sowie die Entstehung rhythmischer Komplexität.

Zur Eingrenzung des Untersuchungsumfangs werden bestimmte Aspekte der rhythmischen Gestaltung bewusst ausgeklammert: Obwohl Mikrotiming und zeitliche Akzente zu den zen-

*Das ist eine der zentralen Stärken von Computern und muss musikalisch kein Nachteil sein. Bei Werken wie denen von Conlon Nancarrow für Player Piano oder Clarence Barlow für MIDI-gesteuerte Instrumente ist die Abwesenheit performativer Interpretation durch einen Menschen und die daraus resultierende mechanische Härte fester Bestandteil der Ästhetik.

tralen Faktoren bei der Wahrnehmung von Metrum zählen,^{1,2} werden die Dauern eines Rhythmus im weiteren Verlauf als konstant angenommen. Die Imitation solcher Mikrotimings wäre insbesondere im Kontext quantisierter Rhythmen ein interessantes Untersuchungsfeld, bleibt hier jedoch unberücksichtigt.

3.1. Metrische Strukturen nach Lerdahl und Jackendoff

Fred Lerdahls und Ray Jackendoffs Theorien über metrische Strukturen gehören zu den einflussreichsten formalisierten Ansätzen, die Metren als hierarchisierte Schichten beschreiben.³ Die Idee verschiedener Pulsschichten, die durch ihre Interaktion ein Metrum erzeugen, geht auf Maury Yeston zurück und wurde vielfach aufgegriffen.^{4,5} Die Konzepte von Lerdahl und Jackendoff können als Grundlage für die in dieser Arbeit folgenden Theorien betrachtet werden. Nach ihrem Modell bestehen Metren aus einer Abfolge betonter und unbetonter Schläge, die hierarchisch organisiert sind: Die betonten Schläge einer metrischen Ebene gehören zugleich der nächsthöheren Ebene an, auf der sich ebenfalls betonte und unbetonte Schläge abwechseln. Daraus folgt, dass ein Schlag stets Teil aller tieferliegenden Ebenen sein muss. Die Schläge jeder Ebene sind isochron, sodass diese metrischen Strukturen einem rekursiven Prinzip folgen. In Abbildung 3.1a ist die Hierarchie eines 4/4 Taktes als Punktmuster abgebildet. Die höchste metrische Ebene ist der Takt (der oberste Punkt), die tiefste Ebene sind die Achtelnoten (die untersten Punkte). Je höher die Ebene, zu der ein Schlag gehört, desto stärker wird er gefühlt.^{6,7}

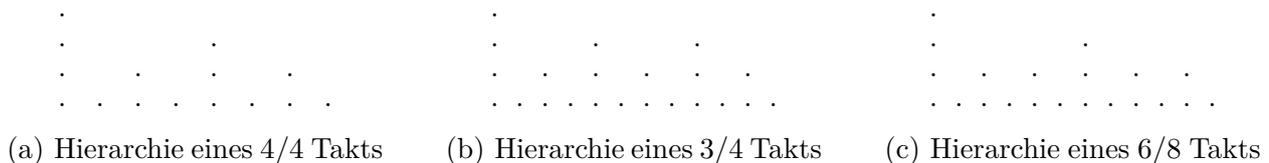


Abbildung 3.1.: Metrische Hierarchie verschiedener Taktarten in Punkt-Notation nach Lerdahl und Jackendoff⁸

¹Härpfer 2023, S.67.
²Ebd. S.83.
³Hasty 1997, S.20–21.
⁴Ebd. S.69.
⁵Samarotto 2000, S.2.
⁶Lerdahl und Jackendoff 1983, S.19–20.
⁷Ebd. S.69–74.
⁸Ebd. S.19–20

Eine tiefere metrische Ebene teilt die Dauer zwischen zwei Schlägen immer in entweder 2 oder 3 gleiche Teile. In Abbildung 3.1b und 3.1c sind ein 3/4 und ein 6/8 Takt dargestellt, die jeweils durch eine Ebene mit 3er-Gruppen charakterisiert sind. Die genannten Einschränkungen (isochrone Pulsschichten und dass betonte Schläge entweder zwei oder drei Schläge entfernt sein müssen) gelten insbesondere für die Analyse klassischer westlicher Musik, und können für andere Kontexte durch andere Regeln ausgetauscht werden.⁹

Für isochrone Metren bietet es sich an, diese nicht über eine Grafik aus Punkten, sondern über Multiplikation auszudrücken. Jede Zahl gibt an, in wie viele gleiche Teile die nächste Ebene unterteilt wird. Die erste Zahl bezieht sich typischerweise auf den Takt. Über diese Darstellung lässt sich der Unterschied zwischen einem 3/4 und 6/8 Takt leicht erkennen:

3/4 -> 3x2...x2x2

6/8 -> 2x3...x2x2

Die metrischen Ebenen werden vom Hörer nicht alle gleichwertig wahrgenommen. Besonders die Schichten mit moderater Geschwindigkeit, das heißt in etwa so schnell wie die Ebene der Takte oder etwas schneller, fallen ins Gewicht. Die Unterteilung einer Dauer in zwei Teile könnte zwar theoretisch unendlich weit voranschreiten (angedeutet durch ...x2x2), die tiefsten und höchsten möglichen Ebenen sind aber effektiv irrelevant.¹⁰

3.2. Clarence Barlows Unverzichtbarkeitsformel

Barlows Ideen zur „Quantifizierung von [...] Metrik“¹¹ bauen auf Lerdahl und Jackendoffs Ideen zu metrischen Strukturen auf. Barlow vermisst allerdings eine Differenziertheit der metrischen Wertigkeit innerhalb einer metrischen Ebene. Für ihn sollten keine zwei Schläge in einer metrischen Struktur die gleiche metrische Wertigkeit besitzen.¹² Analysen metrischer Erwartungshaltungen unterstützen diesen Ansatz insofern, als nicht nur die Zugehörigkeit zu einer metrischen Ebene die Schläge in einem Metrum differenziert. Auch die benachbarten Schläge beeinflussen die Häufigkeit eines Einsatzes auf einem bestimmten

⁹Ebd. S.19–20.

¹⁰Ebd. S.69–74.

¹¹Barlow 2008a, S.2.

¹²Ebd. S.44.

Schlag in einem Metrum. Anakrystische Einsätze*, gefolgt von einem Einsatz auf einer schweren Zählzeit, betonen das Metrum noch deutlicher als die schwere Zählzeit allein. Das kann mittels einer individuellen Gewichtung aller Schläge reflektiert werden.¹³

Die Entwicklung dieser Differenzierung ist der größte Unterschied zu den analytischen Modellen, die Lerdahl und Jackendoff, und andere entwickelt haben. Eine Formel, die diesem Anspruch gerecht wird, „die für jeden Puls auf jeder Ebene eines multiplikativen Metrums jeglicher Ordnung eine Pulswertung (Unverzichtbarkeit**, wie ich [Clarence Barlow] sie nenne) errechnen lässt“, entwickelt er 1978:¹⁵

$$\Psi_z(n) = \sum_{r=0}^{z-1} \left(\prod_{i=0}^{z-r-1} \rho_i \psi_{\rho_{z-r}} \left(1 + \left(\left[\frac{(n-2) \bmod \prod_{j=1}^z \rho_j}{\prod_{k=0}^r \rho_{z+1-k}} \right] \bmod \rho_{z-r} \right) \right) \right)$$

16

Diese Unverzichtbarkeitsformel $\Psi(n)$ berechnet die Unverzichtbarkeit für den n-ten Schlag in einem beliebig geschichteten Takt. Jedem Schlag wird ein einzigartiger Wert zwischen 0 und der Anzahl der Schläge - 1 zugeschrieben. Schläge in höheren metrischen Ebenen sind immer wichtiger, als Schläge, die nur zu tieferen metrischen Ebenen gehören. Die Formel basiert auf Folgen von Grundunverzichtbarkeiten, die für jede Pulsfolge mit Länge einer Primzahl[†] definiert wird. Für 2 Schläge ist diese Folge 1-0 (der erste Schlag ist also wichtiger). Für 3 wählt Barlow die Folge 2-0-1, für 5 die Folge 4-0-3-1-2. Diese Folgen können zwar beliebig gewählt werden, Barlows Vorgaben folgen aber durchdachten Prinzipien:¹⁷

Der erste Schlag sollte immer der stärkste Schlag der Folge sein, da er auf jeden Fall auch in einer höheren metrischen Ebene vertreten ist. Wie eben schon beschrieben, wird ein Metrum besonders bei Menschen mit westlicher Hörgewohnheit deutlicher durch einen Auftakt (bzw. *upbeat*) kommuniziert, als durch einen *afterbeat*.¹⁸ Für die Grundunverzichtbarkeiten

* Anakrystisch bedeutet in etwa *aufschlagig*, wird hier allerdings nicht nur auf einen Taktanfang bezogen.

** Auf Englisch *Indispensability*, oder *Indispensability of Attack* ¹⁴

[†] Alle anderen Zahlen können in ihre Primfaktoren zerlegt werden. Die Darstellung einer metrischen Struktur als Multiplikation macht das deutlich: 2x6 -> 2x3x3.

¹³Härpfer 2023, S.169–170.

¹⁴Barlow 1999, S.3

¹⁵Barlow 2008a, S.45.

¹⁶Barlow 2008b, S.35.

¹⁷Barlow 2008a, S.45.

¹⁸Härpfer 2023, S.172–173.

bedeutet das, dass die Folge 2-0-1 gegenüber der Folge 2-1-0 bevorzugt wird. Zusätzlich bestehen die meisten Rhythmen der verschiedensten musikalischen Kulturen wohl aus Zusammensetzungen von 2er und 3er-Gruppen.¹⁹ 5 Schläge könnten demnach als 2+3 (oder 3+2) Schläge verstanden werden. Der erste Schlag beider Gruppen gehört dann zur nächst höheren metrischen Ebene, auf dieser ist wiederum der erste der wichtigere: 4-0-3-0-0. Barlow empfindet nun scheinbar die 3er-Gruppe insgesamt als wichtiger als die 2er-Gruppe, weshalb er 4-0-3-1-2 wählt. Genauso könnten erst alle *upbeats* berücksichtigt werden, was zur Folge 4-1-3-0-2 führt.

Barlows Unverzichtbarkeitsformel eignet sich nicht, um zusammengesetzte Metren zu betrachten. Für diese hat Bernd Härpfer die Formel erweitert, mehr dazu in Abschnitt 3.3. Einige Beispiele für die Ergebnisse der Unverzichtbarkeitsformel sind in Abbildung 3.2 dargestellt, jeweils im Vergleich mit metrischer Gewichtung gemäß Lerdahl und Jackendoffs Modell für die gleiche Taktart.

Die Unverzichtbarkeitsformel entwickelte Barlow nicht allein zur Analyse von Musik*, sondern vorrangig, um damit zu komponieren**. Die Gewichtung jeder einzelnen Note erlaubt es ihm, einen Rhythmus nach und nach auszudünnen, aber das metrische Gefühl (den Eindruck der Taktart) so lange wie möglich zu erhalten. Ein Beispiel für diesen Vorgang bei verschiedenen Metren ist in Abbildung 3.3 dargestellt.²⁴

*Barlow untersuchte unter anderem die metrische Kohärenz zwischen verschiedenen Taktarten. Er war interessiert am Isomorphismus von Rhythmus und Harmonie. Seine Methoden zur Quantifizierung von Harmonie und Metrum lassen sich weitgehend auf den jeweils anderen Bereich übertragen und erzeugen dabei konsistente Ergebnisse.^{20,21}

**Barlows Methoden zur Quantifizierung von Harmonie und Metrum haben maßgeblich zu seinem Stück *Çoğluotobüsisletmesi* beigetragen. Außerdem implementierte er sie in seiner Kompositionssoftware *Autobusk*, mit welcher viele Stücke schrieb.²²In seinem Stück *Otodeblu* interpoliert er sehr deutlich zwischen einem klarem metrischen Gefühl und metrischem Chaos.²³

¹⁹Vgl. Jones, *African Music, African Affairs*, 48, zitiert nach Toussaint 2013, S.45.

²⁰Barlow 1999, S.16–17

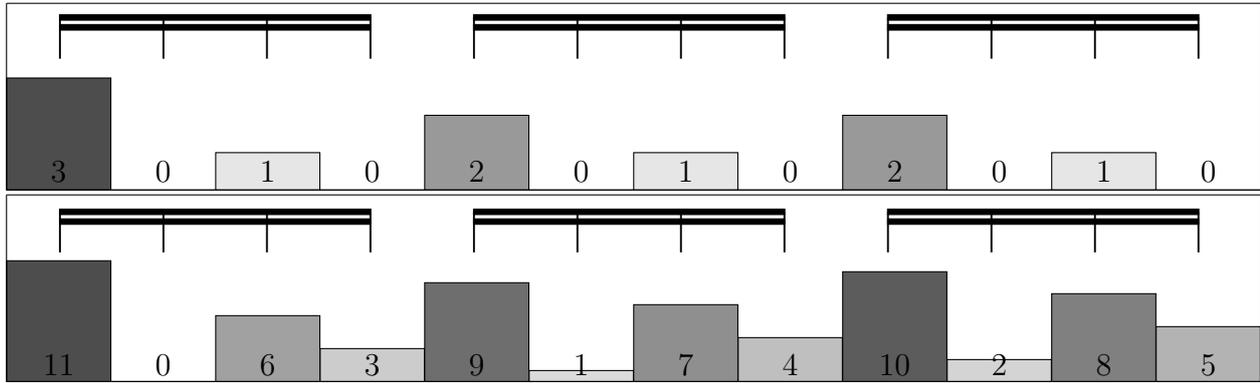
²¹Härpfer 2023, S.178

²²Barlow 2010, S.4

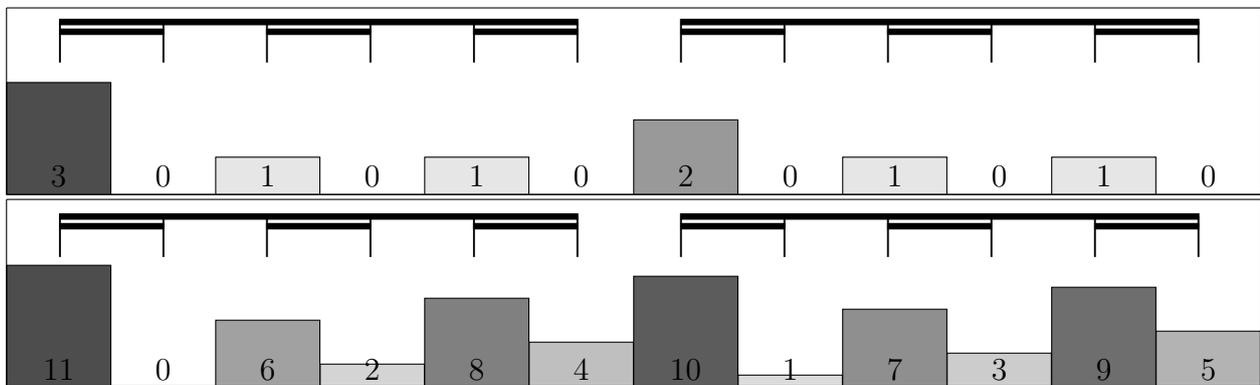
²³Barlow 1999, S.2

²⁴Ebd. S.2–3.

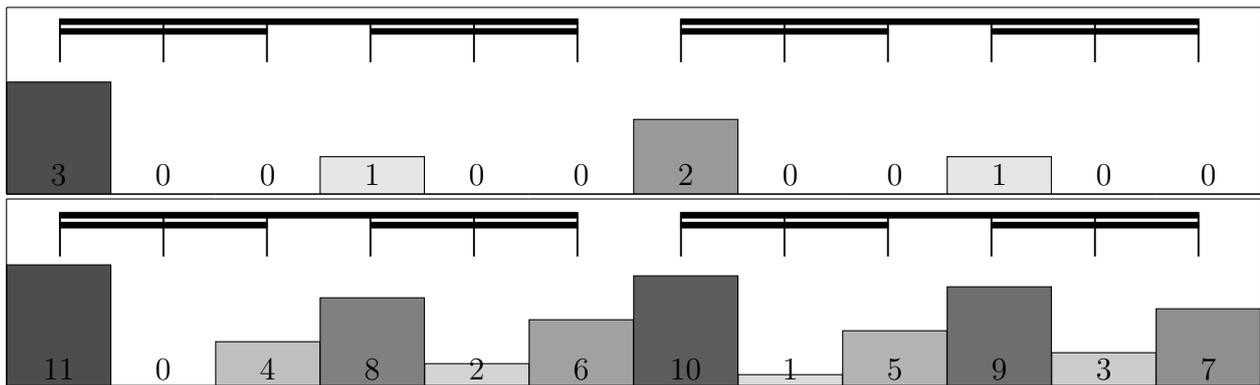
²⁵Nach Vorlage von Barlow 2008b, S.34



(a) Metrische Hierarchie für einen 3/4 Takt (3x2x2).



(b) Metrische Hierarchie für einen 6/8 Takt (2x3x2).



(c) Metrische Hierarchie für einen 12/16 Takt (2x2x3).

Abbildung 3.2.: Metrische Hierarchie nach Lerdahl und Jackendoff (jeweils oben), verglichen mit Unverzichtbarkeitswerten nach Barlow (jeweils unten) für verschiedene Taktarten.²⁵

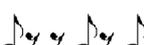
$\frac{3}{4}$	$\frac{6}{8}$
5 0 3 1 4 2	5 0 2 4 1 3
	
	
	
	
	
	

Abbildung 3.3.: Vergleich zweier Taktarten beim Reduzieren der Rhythmen.²⁶

3.3. Unverzichtbarkeitsformel für zusammengesetzte Metren

Es gibt mehrere Ansätze zur Erweiterung der von Barlow entwickelten Unverzichtbarkeitsformel. Der Komponist Marc Evanstein hat die Formel in seiner *Suite for Computer-Assisted Music in Python (SCAMP)*²⁷ auch für zusammengesetzte Metren implementiert.²⁸ Bernd Härpfer hat schon 2015 einen *Extended Indispensability Algorithm* entwickelt, um zusammengesetzte Metren zu analysieren.²⁹ Beide Algorithmen erlauben zwar die Betrachtung nicht-isochroner Metren, gehen allerdings weiterhin von einem *CFP* (siehe Abschnitt 2.2) aus. Diese Einschränkung wird schließlich durch eine Anpassung Härpfers Algorithmus in Abschnitt 3.4.2 überwunden.

Um eine nicht-isochrone metrische Struktur zu definieren, reicht die Darstellung über Multiplikation, die bisher verwendet wurde, nicht mehr aus. Marc Evanstein löst das über eine Kombination von Multiplikation und Addition.³⁰ Zum Verständnis dient Abbildung 3.4, die zeigt, wie sich die metrische Struktur von Metren unterscheidet, die jeweils über $2 \times 3 \times 2$, $(2+3) \times 2$ oder $2 \times (2+3)$ definiert sind.

²⁶Aus Barlow 1999, S.3

²⁷Evanstein o. D.(a).

²⁸Evanstein o. D.(b).

²⁹Lepper, Härpfer und Trancón y Widemann 2025, S.1.

³⁰Evanstein 2023, 7:10.

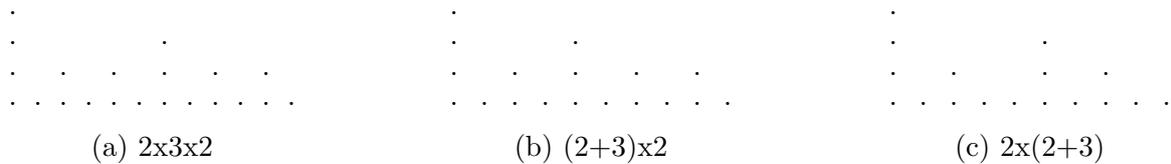


Abbildung 3.4.: Vergleich isochroner und nicht-isochroner metrischer Hierarchien in Punkt-Notation.

Härpfer schlägt alternativ dazu die *Generic Notation for Stratified Meters (GNSM)*, bzw. *Measure Notation for Stratified Meters (MNSM)* vor.* Diese Notation ist puls basiert (siehe Abschnitt 2.6.1). Jeder Schlag der tiefsten metrischen Schicht wird durch eine Zahl dargestellt, die umso höher ist, je mehr höherliegenden Schichten der Schlag angehört.³¹ Die Folge 30102010 entspricht beispielsweise einem 4/4 Takt, analog zu Abbildung 3.1a. Die in Abbildung 3.4 dargestellten Rhythmen a), b) und c) würden folgendermaßen notiert werden:

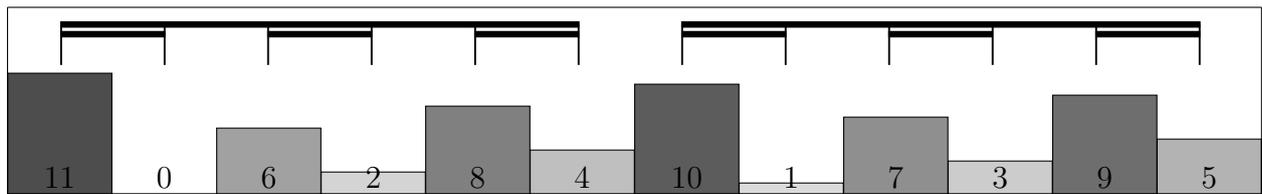
- a) 301010201010
- b) 3010201010
- c) 3010020100

Härpfers Algorithmus legt ausschließlich die Grundunverzichtbarkeiten für 2 (1-0) und 3 (2-0-1) Elemente fest, da er davon ausgeht, dass alle Metren aus Kombination von 2er und 3er-Gruppen aufgebaut sind und diese Muster immer rekursiv angewandt werden können, um die Unverzichtbarkeit jedes einzelnen Grundschlags zu berechnen.^{32,**} Beispiel d) zeigt das Ergebnis des Algorithmus für eine metrische Struktur, die einem 4/4 Takt entspricht. Beispiele e), f) und g) zeigen die Ergebnisse für die in Abbildung 3.4 dargestellten Strukturen, ebenso wie Abbildung 3.5.

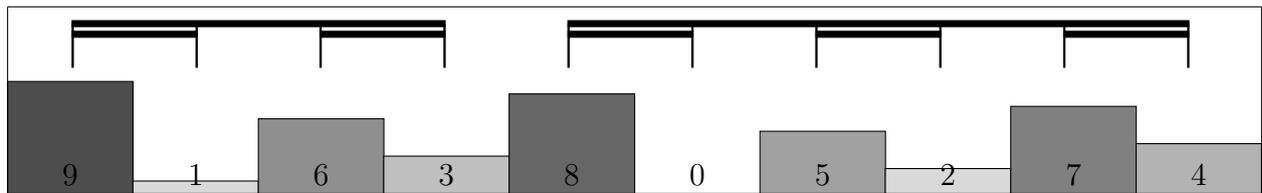
- d) 30102010 -> 0 7 3 5 1 6 2 4
- e) 301010201010 -> 11 0 6 2 8 4 10 1 7 3 9 5
- f) 3010201010 -> 9 1 6 3 8 0 5 2 7 4
- g) 3010020100 -> 9 2 6 0 4 8 3 7 1 5

*Die *MNSM* addiert 1 auf die erste Zahl, um die Länge eines Taktes als metrische Schicht zu inkludieren.
 **In Abschnitt 3.4.2 folgt eine Implementierung des Algorithmus, die beliebige Unterteilungen erlaubt und die Grundunverzichtbarkeiten aufsteigend mit Betonung auf dem ersten Schlag verteilt, etwa 5-0-1-2-3-4.

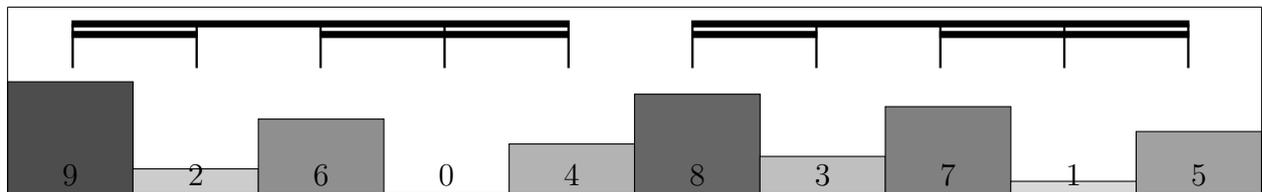
³¹Lepper, Härpfer und Trancón y Widemann 2025, S.2.
³²Härpfer 2023, S.174–177.



(a) Metrische Hierarchie für einen 3/4 Takt ($2 \times 3 \times 2$).



(b) Metrische Hierarchie für einen Takt definiert durch $(2+3) \times 2$.



(c) Metrische Hierarchie für einen Takt definiert durch $2 \times (2+3)$.

Abbildung 3.5.

3.4. Formale Beschreibung metrischer Modelle

Um die zuvor beschriebenen metrischen Strukturen algorithmisch nutzbar zu machen, müssen sie formalisiert werden – also entweder in mathematischer Form oder als Algorithmus darstellbar sein. Sämtliche in diesem Abschnitt behandelten Funktionen sind in Common Lisp implementiert und unter <https://github.com/Leon-Focker/metrical-hierarchies> oder <https://icem-www.folkwang-uni.de/~focker/metrical-hierarchies.zip> verfügbar. In der PDF-Version dieser Arbeit sind die Funktionsnamen mit den entsprechenden Stellen im Quellcode auf GitHub verlinkt. Die konkrete Lisp-Implementierung wird im Folgenden jedoch nicht behandelt; stattdessen erfolgt eine Code-agnostische Beschreibung.

Die Funktionen, welche metrische Strukturen nach Lerdahl und Jackendoff beschreiben (*get-metrical-depth* und *get-metrical-depth-simple*) werden in Abschnitt 3.4.1 erläutert. In Abschnitt 3.4.2 folgt eine Implementierung von Bernd Härpfers Unverzichtbarkeitsalgorithmus als *get-metrical-indispensability*. Diese weicht in einigen Aspekten von dem von ihm beschriebenen Algorithmus ab. Insbesondere insofern, als ein Metrum über die

RQQ-Notation definiert werden kann.

Alle im Folgenden beschriebenen Funktionen erhalten zwei wichtige Argumente: Das erste ist die normalisierte Position innerhalb eines Taktes, also eine Zahl zwischen 0 und 1. Eine 0 entspricht dem ersten Schlag im Takt und eine 1 dem ersten Schlag des nächsten Taktes. 0,5 entspricht somit genau der Hälfte des Taktes. Durch diese Eingabe können auch metrische Gewichtungen für Schläge berechnet werden, die nicht mit einem Grundschlag der metrischen Struktur zusammenfallen. Da alle bisher beschriebenen Methoden nur für diskrete Zeitpunkte in einem Takt definiert sind, muss eine Entscheidung getroffen werden, wie die entsprechenden kontinuierlichen Funktionen aussehen sollen. Naheliegende Lösungen sind, den Eingangswert entweder auf den letzten (oder am nächsten gelegenen) Grundschlag zu runden oder zwischen den Ergebnissen der benachbarten Grundschläge zu interpolieren.

Außerdem erhält jede Funktion eine Beschreibung der metrischen Struktur, die modelliert werden soll. Die Form dieser Beschreibung variiert je nach Funktion und kann beispielsweise eine Liste von Faktoren (vgl. Abschnitt 3.1) oder eine RQQ-Liste sein.

Im Gegensatz zu den von Barlow und Härpfer beschriebenen Formeln wird die Gewichtung im Folgenden invertiert. Das heißt, dass die Funktionen für die wichtigsten Schläge immer 0 zurückgeben. Je höher der Rückgabewert, desto unwichtiger die Zählzeit beziehungsweise der Zeitpunkt im Takt. Das erleichtert den Vergleich der metrischen Modelle und den Umgang mit verschiedenen Metren und Modellen beim Komponieren.

In Anhang A wird zusätzlich die *get-metrical-depth-divisibility* Funktion erläutert: Eine alternative Methode, um eine Hierarchisierung eines Taktes zu beschreiben, die nicht in der Analyse von Metren verankert ist.

3.4.1. Isochrone Metren nach Lerdahl und Jackendoff

Die folgenden beiden Funktionen sollen isochrone metrische Strukturen nach Lerdahl und Jackendoff modellieren. Dabei werden einige Einschränkungen dieser Theorie vernachlässigt, sodass z.B. jede ganzzahlige Unterteilung eines Pulses auf einer tieferen Ebene zulässig ist, nicht nur eine Unterteilung in 2 oder 3 gleiche Teile.

get-metrical-depth-simple: Die grundlegendste metrische Struktur besteht nur aus Unterteilungen durch 2, beispielsweise durch einen 4/4 Takt gegeben. Für diesen Fall lässt sich die metrische Tiefe (oder das metrische Gewicht, hier W_m genannt) jedes Schlages relativ leicht berechnen. Der Parameter für die normalisierte zeitliche Position im Takt wird hier p genannt. Der Takt soll n verschiedene metrische Ebenen besitzen (im Lisp-Code heißt dieser Parameter *how-many-levels*). Darüber wird die Gesamtzahl der Schläge in diesem Takt berechnet und p auf einen dieser Schläge gerundet. Die Anzahl der Schläge in der höchsten metrischen Ebene, zu der dieser Schlag gehört, entspricht dem Nenner des folgenden Bruches nach dem Vereinfachen:^{*} Index des Schlags geteilt durch die Anzahl aller Schläge. Der \log_2 dieses Nenners entspricht der metrischen Gewichtung (bezeichnet also, auf der wievielten Ebene der Schlag zu finden ist). Konkret:

$$\begin{aligned}
 p & \triangleq \text{normalisierte Position im Takt, zwischen 0 und 1} \\
 n & \triangleq \text{Anzahl metrischer Unterteilungen} \\
 N_{\text{Schläge}} = 2^{1-n} & \triangleq \text{Anzahl aller Schläge} \\
 k_p = \lfloor p \cdot N_{\text{Schläge}} \rfloor & \triangleq \text{Index des Schlags, auf den } p \text{ fällt } (0 \leq k_p < N_{\text{Schläge}})
 \end{aligned}$$

$$W_m = \log_2 \left(\frac{N_{\text{Schläge}}}{\text{ggT}(N_{\text{Schläge}}, k_p)} \right)$$

get-metrical-depth: Für metrische Strukturen höherer Ordnungen (also mit mindestens einer aus 3er-Gruppen bestehenden Schicht) reicht es nicht, die Gesamtzahl metrischer Ebenen anzugeben. Sie können stattdessen über eine Liste von Faktoren (bzw. Teilern) definiert werden. Auch hier muss zunächst die Gesamtzahl der Schläge im Takt ermittelt und p entsprechend gerundet werden. Die metrische Ebene dieses Schlags entspricht dem Index des ersten Eintrags in der Liste metrischer Unterteilungen, bei dem gilt: Das Produkt aller vorherigen Unterteilungen und der aktuellen, multipliziert mit dem Index des untersuchten Schlags ist ohne Rest durch die Gesamtanzahl der Schläge teilbar.

^{*}Der vereinfachte Nenner des Bruchs $\frac{k_p}{N_{\text{Schläge}}}$ entspricht $\frac{N_{\text{Schläge}}}{\text{ggT}(N_{\text{Schläge}}, k_p)}$

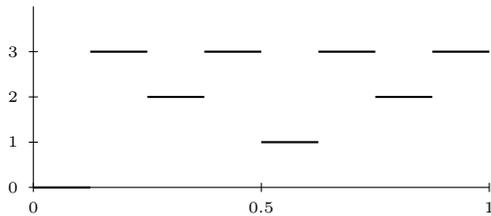
- p \triangleq normalisierte Position im Takt, zwischen 0 und 1
 (x_1, x_2, \dots, x_n) \triangleq Unterteilungen der metrischen Struktur
 $N_{Schläge} = \prod_{i=1}^n x_i$ \triangleq Anzahl aller Schläge
 $k_p = \lfloor p \cdot N_{Schläge} \rfloor$ \triangleq Index des Schlags, auf den p fällt ($0 \leq k_p < N_{Schläge}$)

W_m von p sei der kleinste Index $l \in \{0, 1, \dots, n\}$, sodass $N_{Schläge}$ teilt:

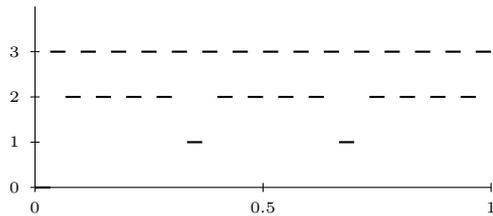
$$\left(\prod_{i=0}^l x_i \right) \cdot k_p$$

wobei $x_0 = 1$ gesetzt wird.

Die Funktion *get-metrical-depth* ist in Abbildung 3.6 für ein einfaches und ein komplexeres Metrum dargestellt.



(a) Die *get-metrical-depth* Funktion für ein Metrum definiert durch (2 2 2), also 2x2x2.



(b) Die *get-metrical-depth* Funktion für ein Metrum definiert durch (3 5 2), also 3x5x2.

Abbildung 3.6.

3.4.2. Flexible metrische Unverzichtbarkeit mittels RQQ-Notation

Hier folgt eine Implementierung des Unverzichtbarkeitsalgorithmus nach Bernd Härpfer mit der Möglichkeit, Metren über RQQ zu definieren. Die daraus resultierenden Vorteile werden gegen Ende des Abschnitts ersichtlich.

gnsM-to-indispensability-list: Die Funktion *gnsM-to-indispensability-list* wandelt eine Liste, die die *GNSM* oder *MNSM* Definition einer metrischen Struktur darstellt, in eine

Liste um, die den Unverzichtbarkeitswert für jeden Schlag dieses Metrums enthält. Der Programmablaufplan für diese Funktion ist in Abbildung 3.7 dargestellt. In Abbildung 3.8 ist die Hilfsfunktion **copy-from-neighbours** dargestellt. Zusätzlich werden die folgenden Hilfsfunktionen verwendet:

set-indices setzt die Variable *indices* auf eine Liste mit allen Indizes, bei denen *result = layer* gilt. **set-fundamental-indispensability** berechnet die Grundunverzichtbarkeiten für so viele Einträge, wie *indices* lang ist. Dazu wird eine Liste erstellt, die mit $len(indices) - 1$ beginnt und danach die Zahlen von 0 bis $len(indices) - 2$ enthält. Anschließend wird für jedes *n* der durch *indices[n]* bezeichnete Index in *result* auf die *n*-te Grundunverzichtbarkeit gesetzt. **next-set-index** gibt den ersten Index nach *idx* zurück, an dem *result* einen gesetzten Wert enthält. Wird bis zum Ende von *result* kein gesetzter Wert gefunden, wird *result* von vorne durchlaufen. **sort-copied-indices** sortiert die in *set-indices* enthaltenen Indizes nach aufsteigender Wichtigkeit. Je höher der Wert in *result*, desto wichtiger der Index. Bei gleichen Werten gelten größere Indizes als wichtiger.

Im Gegensatz zu Härpfers Ansatz erlaubt dieser Algorithmus Gruppierungen mit mehr als drei Schlägen. Die grundlegenden Unverzichtbarkeiten werden über *set-fundamental-indispensability* für jede natürliche Schlaganzahl definiert. So kann praktisch jede Zahlenliste als gültiger Input für *gnsml-to-indispensability-list* verwendet werden. Zur Verdeutlichung dienen die Beispiele a) bis e), in denen (bedingt sinnvolle) *GNSM*-Listen und die dazugehörigen Unverzichtbarkeitswerte dargestellt sind. Metrische Strukturen sind hier nicht mehr als Analysewerkzeug, sondern komponiertes und gestaltbares Element zu verstehen. Alle Regeln zur Bildung wohlgeformter Metren können nun als optional betrachtet werden.

a) 1 0 0 0 0 -> 0 4 3 2 1
 b) 1 0 0 0 0 1 0 -> 0 6 5 4 3 1 2
 c) 1 0 1 0 0 2 0 -> 2 4 1 6 3 0 5
 d) 3 0 3 1 2 0 1 -> 0 5 1 4 2 6 3
 e) 2 5 4 0 5 -> 3 0 2 4 1

rqq-to-gnsml: Um metrische Strukturen auch über RQQ-Notation definieren und in eine Unverzichtbarkeitsliste umwandeln zu können, muss es möglich sein, von RQQ zu *GNSM* zu konvertieren. Das ermöglicht die Funktion *rqq-to-gnsml*. Der Programmablauf dieser Funktion ist in Abbildung 3.9 dargestellt.

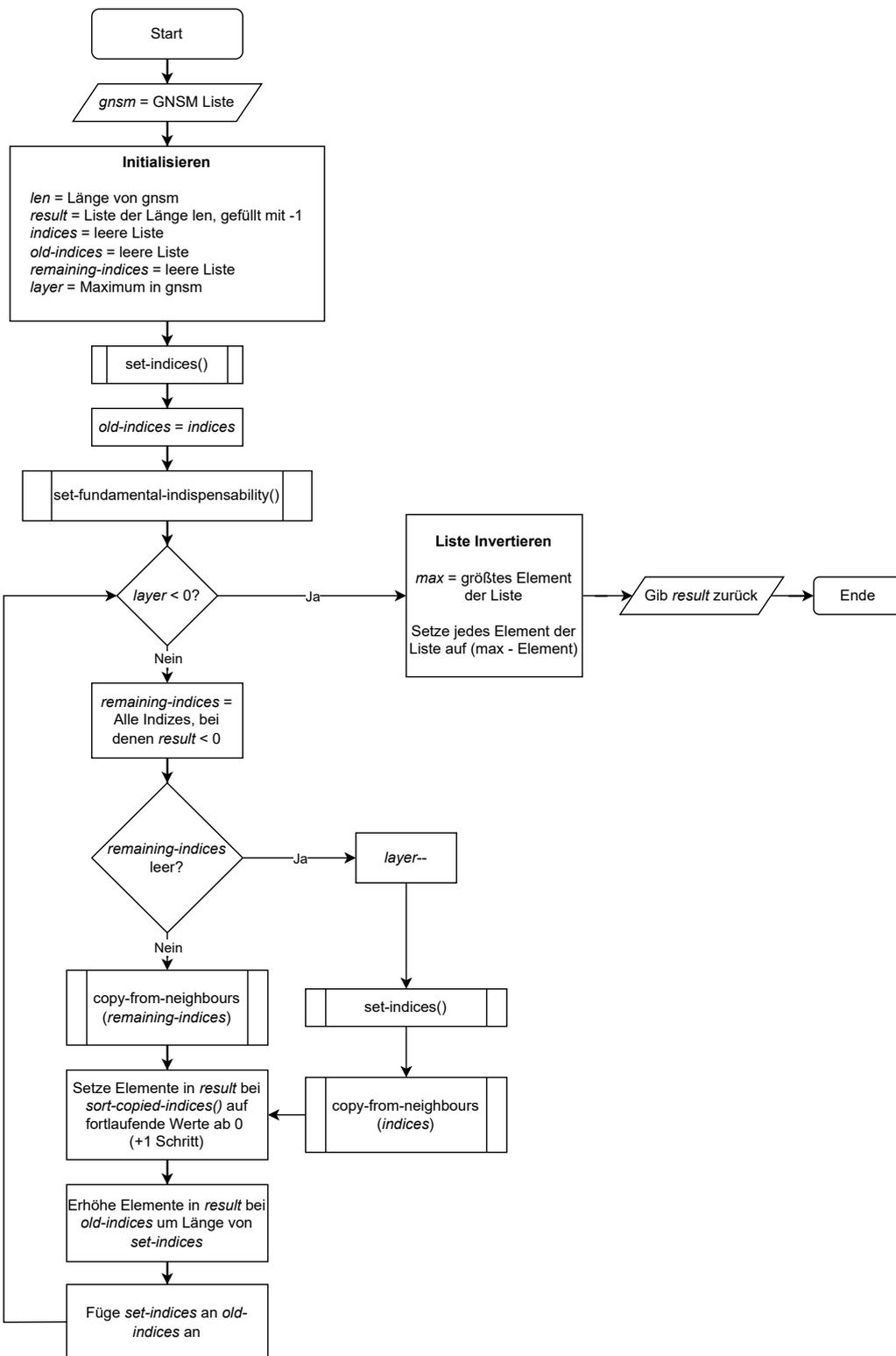


Abbildung 3.7.: Programmablaufplan für die Funktion *gsm-to-indispensability-list*.

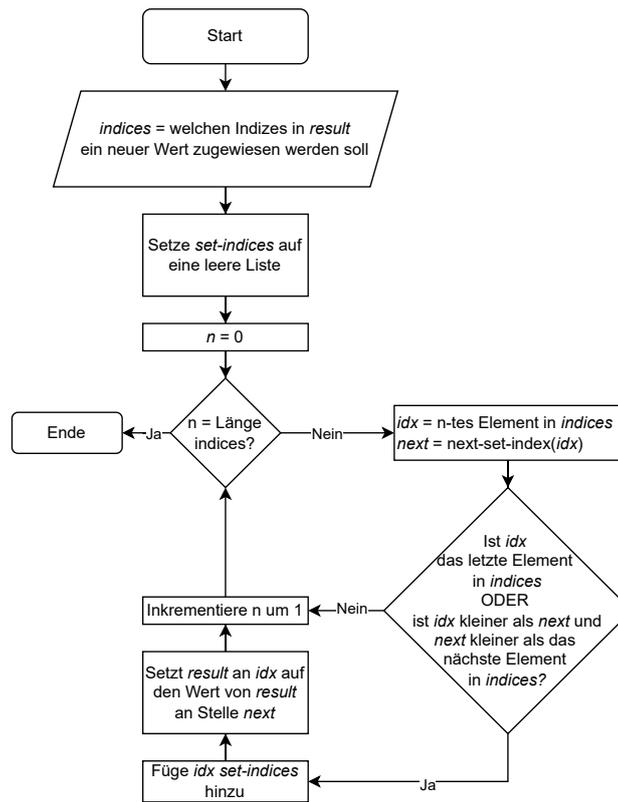


Abbildung 3.8.: Programmablaufplan für die Hilfsfunktion *copy-from-neighbours*.

get-metrical-indispensability: Die Funktion *get-metrical-indispensability* führt nun RQQ und Unverzichtbarkeit zusammen. Analog zu den Funktionen in Abschnitt 3.4.1 und Anhang A erhält sie p als Parameter für die Position im Takt. Die metrische Struktur wird hier über eine RQQ-Liste definiert.

Die *GNSM* ist zwar leichter verständlich, RQQ hat aber einen entscheidenden Vorteil: Wie in Abschnitt 2.6.2 erläutert, lassen sich mit RQQ gleichzeitig Dauernverhältnisse (Länge der einzelnen Pulse) und Informationen zur Gruppierung (metrische Struktur) notieren. Dadurch lässt sich die größte Einschränkung des Unverzichtbarkeitsalgorithmus nach Härpfer* umgehen: Die Grundschläge des Metrums müssen kein isochrones Raster bilden und folgen stattdessen dem Prinzip eines *CFP* (siehe Abschnitt 2.2). Was das bedeutet, wird in Abbildung 3.10 klar. a) und b) der Abbildung entsprechen den folgenden RQQ-Listen:

* Auch in Marc Evansteins Umsetzung in Python sind die Grundschläge isochron.³³

³³Evanstein 2023, 6:38

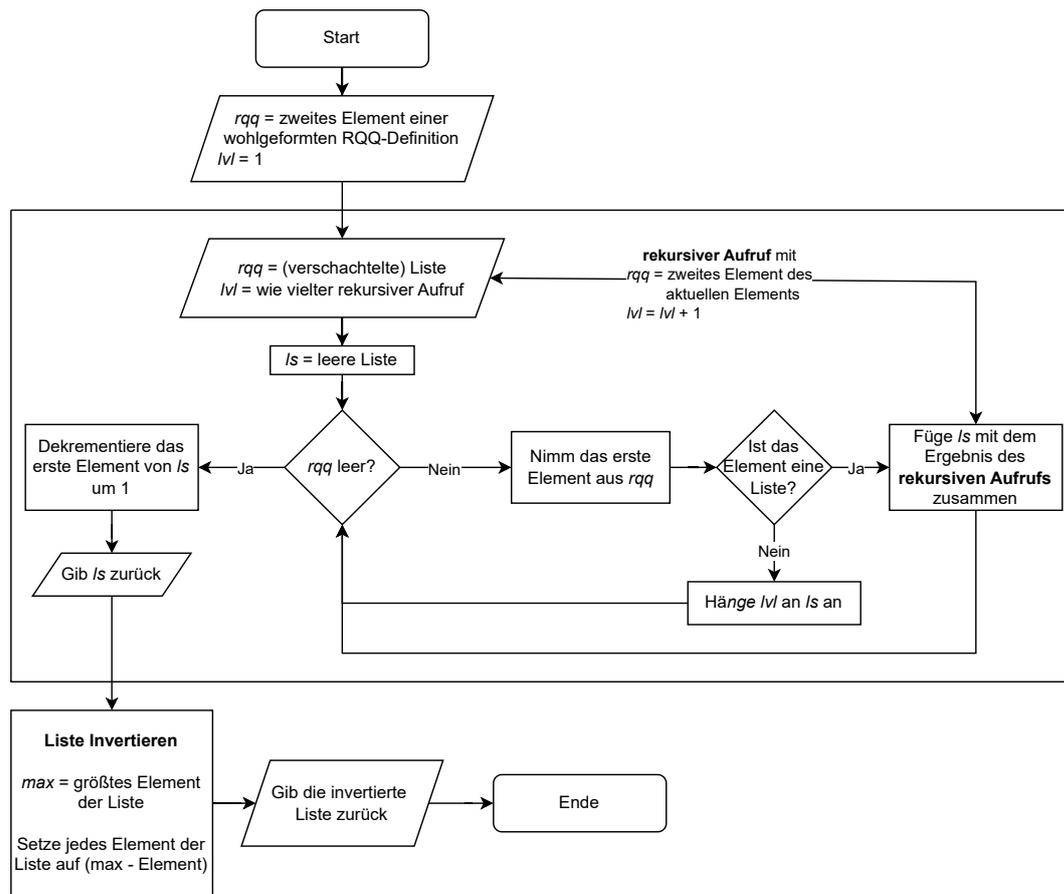


Abbildung 3.9.: Programmablaufplan für die Funktion *rqq-to-gnsm*.

- a) (5 ((3 ((1 (1 1)) (1 (1 1)) (1 (1 1)))) (2 ((1 (1 1)) (1 (1 1)))))
 b) (5 ((2 (1 (1 (1 1)) (1 (1 1)))) (3 ((1 (1 1)) (1 (1 1 1)))))

Um den Unverzichtbarkeitswert für p zu berechnen, wandelt *get-metrical-indispensability* den RQQ-Ausdruck zum einen über *rqq-to-gnsm* und *gnsm-to-indispensability-list* in eine Unverzichtbarkeitsliste um. Zum anderen wird der Ausdruck mithilfe von *rqq-to-durations*^{*} in eine Liste von Dauern umgewandelt. Jede n-te Dauer korrespondiert mit jedem n-ten Unverzichtbarkeitswert. Die Dauern werden auf eine Gesamtlänge von 1 normalisiert, sodass p ($0 \leq p \leq 1$) einer der Dauern und somit einem Unverzichtbarkeitswert zugeordnet werden kann. Abbildung 3.11 zeigt den Verlauf der *get-metrical-indispensability* für die RQQ-Ausdrücke in a) und b).

^{*}*rqq-to-durations* ist eine verkürzte Version von Michael Edwards' *rqq-divide-aux* in Slippery Chicken.³⁴

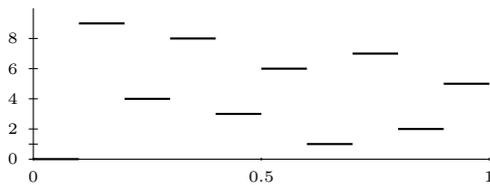
³⁴Edwards o. D.(c), rthm-seq-bar.lsp



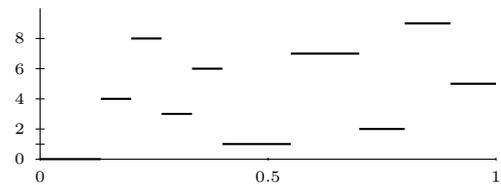
(a) Eine nicht-isochrone metrische Struktur mit isochronen Grundschlägen.

(b) Eine nicht-isochrone metrische Struktur mit nicht-isochronen Grundschlägen.

Abbildung 3.10.: Vergleich metrischer Strukturen mit isochronen und nicht-isochronen Grundschlägen in Punkt-Notation.



(a) Die *get-metrical-indispensability* Funktion für ein durch a) definiertes Metrum.



(b) Die *get-metrical-indispensability* Funktion für ein durch b) definiertes Metrum.

Abbildung 3.11.

3.5. Gestaltung dynamischer Akzente

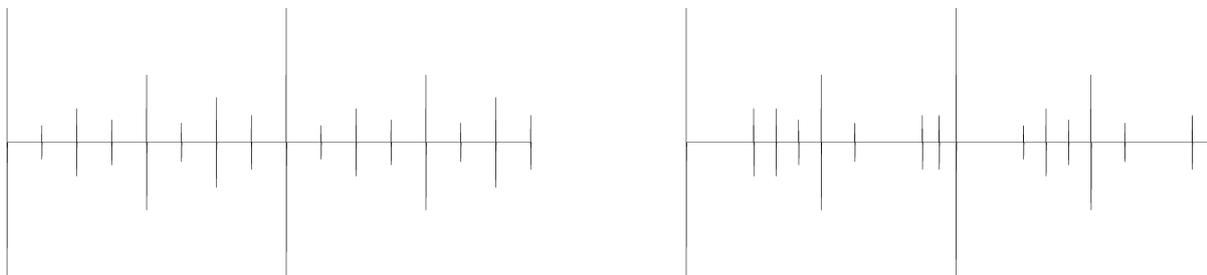
In diesem Abschnitt werden metrische Strukturen konkret auf musikalische Parameter angewandt. Dabei sind an vielen Stellen die Wellenformen der Klangbeispiele abgebildet. Die dazugehörigen Audiodateien sind sowohl unter <https://leon-focker.github.io/metrical-hierarchies/audio/>, als auch unter <https://icem-www.folkwang-uni.de/~focker/metrical-hierarchies/audio/> verfügbar und in der PDF-Version dieser Arbeit jeweils mit der Abbildung verlinkt.

Der Fokus dieser Arbeit liegt nicht auf der Generierung von Dauernfolgen, sondern auf der Gestaltung zusätzlicher Parameter – beginnend mit Dynamik, bzw. Anschlagstärke. Im Folgenden wird ausschließlich die *get-metrical-indispensability* Funktion verwendet, wobei prinzipiell alle in Abschnitt 3.4 und Anhang A beschriebenen Funktionen mit einem Argument p in dieser Weise einsetzbar sind.

Die Unverzichtbarkeitswerte lassen sich auf unterschiedliche Weise auf die Anschlagstärke übertragen. Naheliegender ist es, für jeden Schlag, dessen Dynamik bestimmt werden soll,

einen entsprechenden Unverzichtbarkeitswert zu berechnen. Dazu muss die Position des Schlags innerhalb eines *Taktes* bestimmt werden. Die einem Rhythmus entsprechende Taktlänge kann frei gewählt werden; zum Einstieg soll ein Takt 8 isochronen Impulsen entsprechen. Die normalisierte Position im Takt (vgl. Abschnitt 3.4) beträgt für den ersten Schlag 0, für den zweiten $\frac{1}{8}$, für den fünften $\frac{4}{8}$ usw. Verwendet man diese Positionen zusammen mit der RQQ-Notation für einen 4/4-Takt mit 4 metrischen Ebenen* und gibt sie nacheinander in *get-metrical-indispensability* ein, ergibt sich die Unverzichtbarkeitswerteliste 0 7 3 5 1 6 2 4.

Die Anschlagsstärke (also der Faktor für die Lautstärke) jedes n-ten Schlags kann nun über $\frac{1}{W_m(n)+1}$ berechnet werden, wobei $W_m(n)$ den n-ten Unverzichtbarkeitswert bezeichnet. Je höher dieser Wert, desto leiser der Schlag. Durch die lineare Abschwächung bleiben selbst hohe Werte noch gut hörbar. Um die Dynamikunterschiede stärker hervorzuheben, könnte alternativ $\frac{1}{2^{W_m(n)}}$ verwendet werden. Die Funktion, die an dieser Stelle verwendet wird, gehört zu den kompositorischen Entscheidungen und ist frei gestaltbar. In Abbildung 3.12a ist die Wellenform einer Klangdatei dargestellt. Auf zwei Takte mit jeweils 8 Impulsen wurde die eben beschriebene Methode (mit linearer Abschwächung) angewandt.



(a) Wellenform mit 16 isochronen Impulsen, interpretiert als zwei 4/4 Takte.

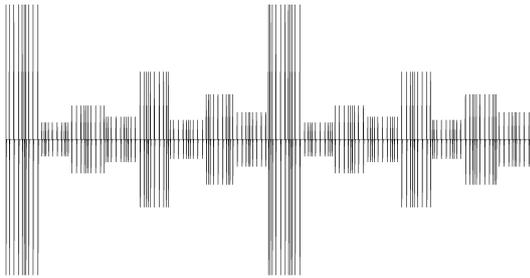
(b) Wellenform mit 16 nicht-isochronen Impulsen, interpretiert als zwei 4/4 Takte.

Abbildung 3.12.

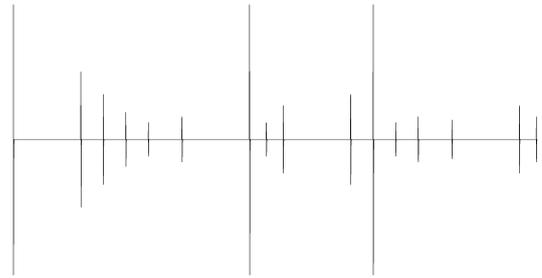
Das gleiche Prinzip kann auf komplexere Rhythmen angewandt werden. Die normalisierte Position jeder Note im Takt wird über $\frac{\text{mod}(S,L)}{L}$ berechnet (S ist die Startzeit der Note (in Sekunden) und L die Taktlänge (in Sekunden)). Abbildung 3.12b zeigt die Wellenform von nicht-isochronen Impulsen, wobei ein Takt so lang ist, wie die Dauer zwischen dem ersten und dem neunten Schlag.

*Beispielsweise (8 ((4 ((2 (1 1)) (2 (1 1)))) (4 ((2 (1 1)) (2 (1 1))))))

Da die metrische Struktur für Abbildung 3.12 über 8 isochrone Abschnitte definiert ist, kann es vorkommen, dass manche nebeneinander liegenden Impulse gleich laut sind (da sie in den gleichen Abschnitt fallen). Abbildung 3.13a verdeutlicht das. Durch viele Impulse, die jeweils in den gleichen Abschnitt fallen, ähnelt die Wellenform einem Histogramm, wie beispielsweise in Abbildung 3.2.



(a) Wellenform mit sehr vielen Impulsen, interpretiert als zwei 4/4 Takte.



(b) Wellenform mit 16 nicht-isochronen Impulsen, interpretiert als 4,57 4/4 Takte.

Abbildung 3.13.

Durch diese Methode wird einer vorher unstrukturierten Folge von Impulsen (bzw. allgemein rhythmischen Dauern) eine Struktur aufgezwungen. Verschiedene Rhythmen können einander angepasst, oder der gleiche Rhythmus durch verschiedene Metren unterschiedlich gestaltet werden. Dabei ist nicht nur die Definition der metrischen Struktur selbst, sondern auch die Taktlänge relativ zum Rhythmus interessant. Abbildung 3.13b stellt die gleichen Dauern wie Abbildung 3.12b dar, die metrische Struktur wird allerdings mehr als doppelt so schnell durchlaufen.* Ein komplexeres Verhältnis der Taktlänge des Metrums (analog zu Anja Volk könnte man die aufgezwungene Metrik auch äußere Metrik nennen, siehe Abschnitt 2.2) verglichen mit potenziell aus dem Rhythmus abgeleiteten Taktlängen (oder entsprechend die Taktlänge der inneren Metrik) führt hier offensichtlich zu einem komplexeren Akzentmuster.

Die beschriebene Methode ermöglicht es, aus einfachen Dauernverhältnissen beliebig komplexe Rhythmen zu generieren, wobei *Rhythmus* hier Dauer und Dynamik meint. Die entstehende Komplexität kann sich aus einer vielschichtigen metrischen Struktur oder aus dem Verhältnis der Taktlängen äußerer und innerer Metrik ergeben. Ersteres wird ausführlich in Abschnitt 3.6, letzteres in Abschnitt 3.7 behandelt. Auf eine polyphone Gestaltung von Rhythmen wird in dieser Arbeit nicht weiter eingegangen. Die Kombination aller folgenden

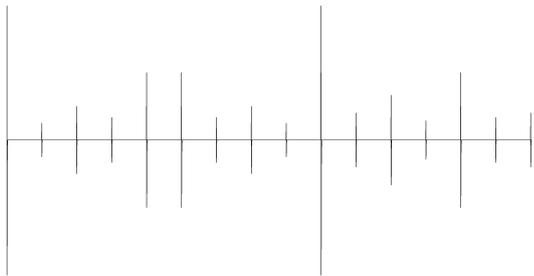
*Der erste Takt endet hier kurz nach dem vierten Impuls.

Techniken mit variierenden Parametern in unterschiedlichen Stimmen eröffnet vielfältige kontrapunktische Möglichkeiten. Der Umfang dieses Themenfeldes übersteigt den Rahmen der vorliegenden Arbeit.

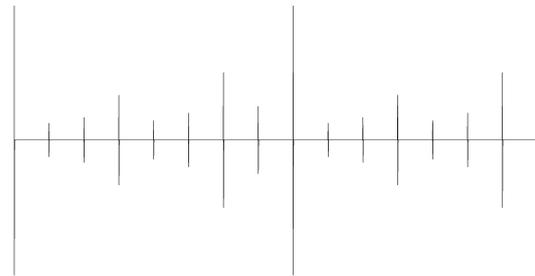
3.6. Synkopen und rhythmische Komplexität

In Abschnitt 2.3 wurden Synkopen als Abweichungen phänomenaler von metrischen Akzenten beschrieben. Konkret bedeutet das, dass eine betonte Note auf eine Zählzeit mit geringer metrischer Unverzichtbarkeit* fällt, während auf benachbarten metrisch starken Zählzeiten Pausen, Überbindungen oder unbetonte Noten liegen.³⁵ Damit erscheint es zunächst unmöglich, mit der in Abschnitt 3.5 beschriebenen Methode synkopische Rhythmen zu erzeugen. Es lassen sich jedoch Strategien entwickeln, um dennoch synkopische Strukturen hervorzubringen.

Marc Evanstein schlägt vor, die Unverzichtbarkeitswerte für kurze Abschnitte (gezielt) umzukehren.³⁶ Aus einem Rhythmus, wie in Abbildung 3.12a dargestellt, lässt sich auf diese Weise etwa der in Abbildung 3.14a gezeigte Rhythmus ableiten. Die Unverzichtbarkeitswerte wurden dabei vom sechsten bis zum fünfzehnten Impuls invertiert.



(a) Wellenform mit 16 isochronen Impulsen, interpretiert als zwei 4/4 Takte. Teilweise sind die Akzente invertiert.



(b) Wellenform mit 16 isochronen Impulsen, interpretiert als zwei Takte in einem Metrum, das über 3+3+2 definiert ist.

Abbildung 3.14.

*Das heißt mit einem hohen Wert gemäß *get-metrical-indispensability*.

³⁵Härpfer 2023, S.162.

³⁶Evanstein 2023, 9:10.

Eine weitere Möglichkeit, synkopierte Akzentmuster zu erzeugen, besteht darin, komplexere (also zum Beispiel zusammengesetzte) Metren zu definieren, die gegenüber einfacheren Metren synkopisch wirken. Bernd Härpfer verwendet einen Rhythmus mit den Dauern 3-3-2 als Beispiel: In einem isochronen Metrum wirkt dieser Rhythmus synkopisch, er kann jedoch auch als Ausdruck eines zusammengesetzten Metrums verstanden werden.³⁷ Abbildung 3.14b zeigt 16 isochrome Impulse, die als zwei Takte in einem zusammengesetzten Metrum (definiert für 16 Schläge mit der Gruppierung 3+3+2) interpretiert sind und somit im Vergleich zu Abbildung 3.12a als synkopisch verstanden werden können.

Sowohl für den 4/4 Takt, als auch das zusammengesetzte Metrum 3+3+2 in Abbildung 3.14 gilt, dass die Schläge der Metren mit Impulsen des Rhythmus zusammenfallen. Die Akzentuierungsmuster werden komplexer, sobald das nicht mehr der Fall ist. Ein Takt mit 8 isochronen Schlägen könnte beispielsweise als 3/4 Takt interpretiert werden (Abbildung 3.15 verwendet einen 3/4 Takt mit 3x2x2, also 12 Schlägen).

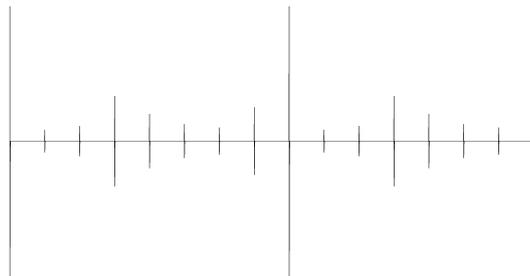
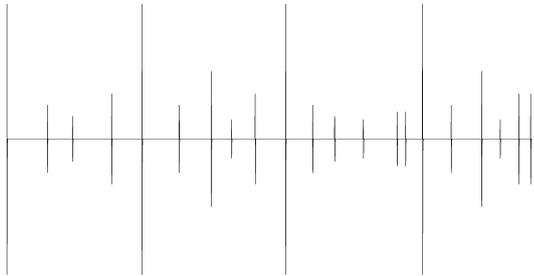


Abbildung 3.15.: Wellenform mit 16 isochronen Impulsen, interpretiert als zwei 3/4 Takte.

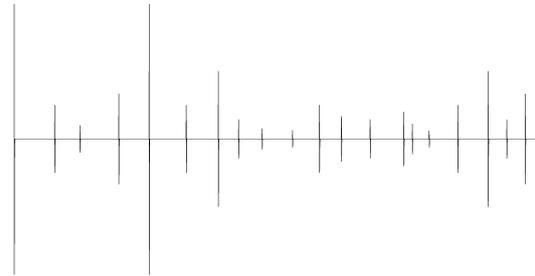
Außerdem spielt es eine Rolle, wie viele Schichten, und damit wie viele Schläge Teil der metrischen Struktur sind. Je weniger Schichten, bzw. Schläge, desto länger sind die Abschnitte, in denen alle Impulse den gleichen Akzent erhalten. Je mehr tiefer liegende metrische Schichten definiert sind, desto mehr Abschnitte mit geringer Unverzichtbarkeit gibt es. Bei einer zufälligen Verteilung von Impulsen würden für eine metrische Struktur mit mehr Ebenen also weniger Impulse stark betont werden. Abbildung 3.16 zeigt zweimal den gleichen Rhythmus, interpretiert als 4/4 Takt. Die metrische Struktur der Abbildung 3.16a ist für eine Ebene weniger definiert als Abbildung 3.16b. Auffällig ist, wie zwei sehr laute Impulse in der zweiten Hälfte des Rhythmus a) in Version b) sehr leise sind, weil sie nicht mehr auf den ersten

³⁷Härpfer 2023, S.148.

Schlag im Takt gerundet werden.*



(a) Definiert für 4 metrische Ebenen.



(b) Definiert für 5 metrische Ebenen.

Abbildung 3.16.: Wellenformen mit der gleichen Folge von Impulsen mit zufälliger Dauer, interpretiert als vier 4/4 Takte.

3.7. Komplexe Beziehungen zwischen Perioden der aufgezwungenen und inneren Metrik

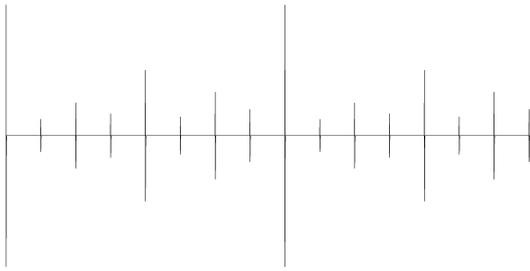
Wie in Abschnitt 3.5 gezeigt, führen komplexe Verhältnisse zwischen der Taktlänge der metrischen Struktur und den aus rhythmischen Dauern resultierenden Taktlängen (soweit ableitbar) zu komplexeren Akzentuierungsmustern. Das soll hier ausführlicher erörtert werden. Abbildung 3.17 zeigt die Wellenform von jeweils 16 Impulsen, die zwar alle als 4/4-Takt interpretiert werden, deren relative Taktlänge jedoch variiert. Das entstehende Akzentuierungsmuster wiederholt sich alle n Impulse, wobei n das kleinste gemeinsame Vielfache der Taktlänge und der Periode ist, in der sich der Rhythmus wiederholt.

Das Verhältnis der Taktlängen innerer und aufgezwungener Metrik kann selbstverständlich im Verlauf verändert werden. Resultierende Akzentuierungsmuster sind dadurch meistens für den Menschen unvorhersehbar. Kompositorisch kann das Beschleunigen des Rhythmus unabhängig von der metrischen Struktur, und umgekehrt, beispielsweise genutzt werden, um von chaotischeren in stabilere Rhythmen überzuleiten. Abbildung 3.18a zeigt die Wellenform eines isochronen Pulses. In der ersten Hälfte ist der Rhythmus kaum greifbar, während er in der zweiten Hälfte dem Muster eines 4/4 Taktes gleicht. Das ergibt sich, da die Taktlänge

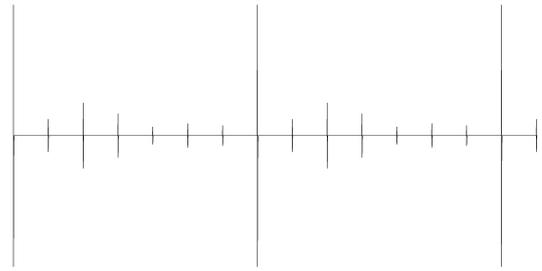
*Die entsprechenden RQQ-Listen für Abbildung 3.16 sind:

(8 ((4 ((2 (1 1)) (2 (1 1)))) (4 ((2 (1 1)) (2 (1 1))))))
 verglichen mit

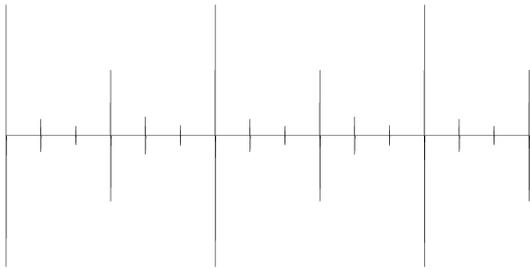
(16 ((8 ((4 ((2 (1 1)) (2 (1 1)))) (4 ((2 (1 1)) (2 (1 1))))))
 (8 ((4 ((2 (1 1)) (2 (1 1)))) (4 ((2 (1 1)) (2 (1 1))))))



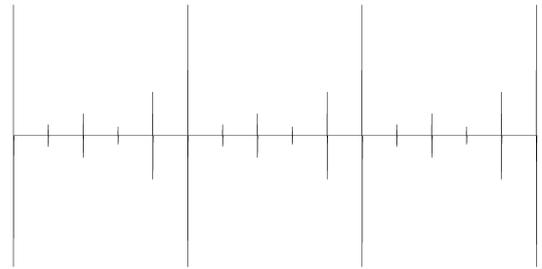
(a) Eine Taktlänge entspricht 8 Impulsen.



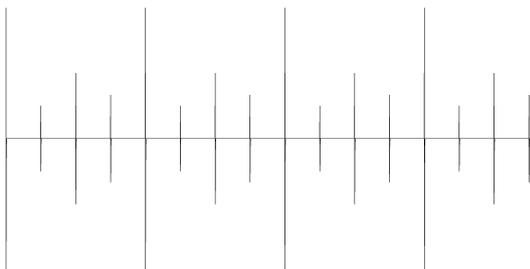
(b) Eine Taktlänge entspricht 7 Impulsen.



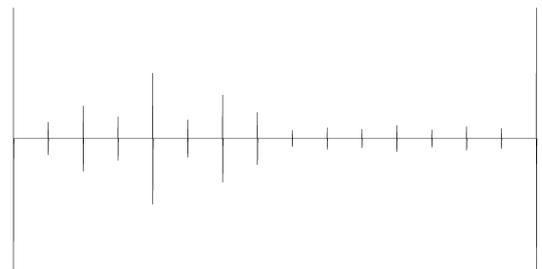
(c) Eine Taktlänge entspricht 6 Impulsen.



(d) Eine Taktlänge entspricht 5 Impulsen.



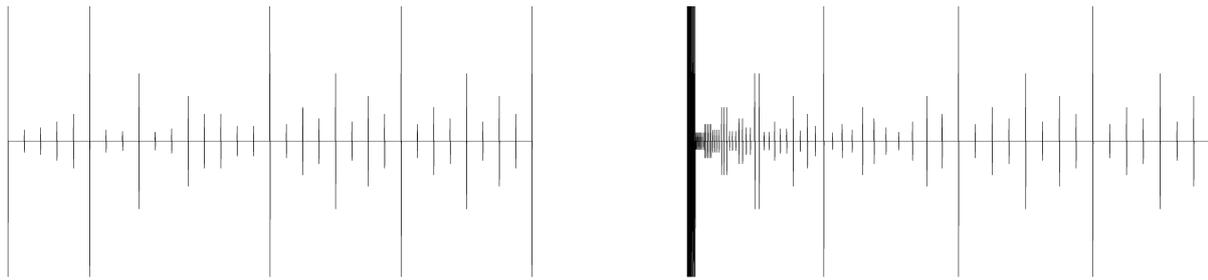
(e) Eine Taktlänge entspricht 4 Impulsen.



(f) Eine Taktlänge entspricht 15 Impulsen.

Abbildung 3.17.: Wellenformen mit 16 isochronen Impulsen, interpretiert als 4/4 Takte.

der metrischen Struktur immer weiter zunimmt, bis sie der Länge von 8 Impulsen entspricht und statisch bleibt. In Abbildung 3.18b ist das Gegenteil abgebildet: Die Taktlänge bleibt statisch aber die Dauer der Impulse nimmt stetig zu, bis ab der Hälfte 8 Impulse einem Takt entsprechen.



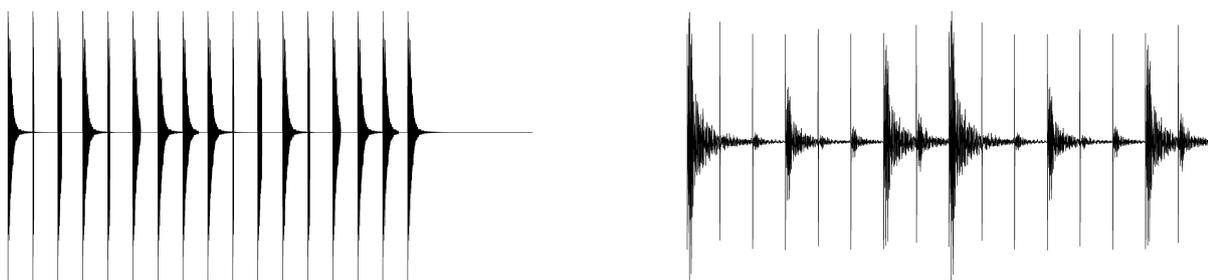
(a) Isochrone Impulse und zunehmende Taktlänge.

(b) Statische Taktlänge und langsamer werdende Impulse.

Abbildung 3.18.: Wellenformen mit dynamischen Beziehungen innerer und aufgezwungener Metrik.

3.8. Anwendung auf weitere rhythmische Parameter

Bisher wurde die metrische Gewichtung nur auf den Parameter der Lautstärke übertragen. Im Folgenden sollen Ideen und Strategien präsentiert werden, wie auch andere Parameter über eine metrische Struktur gestaltet werden können. Beispielsweise könnten die Länge, die Klangfarbe, Position, Filter- oder Halleinstellungen u.v.m. für jedes rhythmische Event bestimmt werden. Die Möglichkeiten sind vielfältig, daher sollen an dieser Stelle nur zwei Beispiele gezeigt werden. Abbildung 3.19a stellt die Wellenform einer Klangdatei dar, in welcher die Länge eines Hi-Hat-Samples durch ein 3-3-2er Metrum bestimmt ist. In der Wellenform 3.19a ist die Menge an Hall für jedes Event durch das gleiche Metrum bestimmt.



(a) Hi-Hat-Sample, dessen Länge variiert.

(b) Impulse mit Hall-Effekt.

Abbildung 3.19.: Wellenformen von 16 Events, interpretiert als zwei Takte in einem Metrum definiert durch $(8 ((3 (1 1 1)) (3 (1 1 1)) (2 (1 1))))$.

Auch nicht-stetige Funktionen sind denkbar, um eine metrische Gewichtung auf Parameter abzubilden. Marc Evanstein schlägt zum Beispiel vor, die Sample- (bzw. Instrumentenauswahl) an die Gewichtung des Schlags zu binden.³⁸ Drum-Beats eignen sich hier als anschauliches Beispiel. Abbildung 3.20 zeigt eine Wellenform mit 30 isochronen Events. Diese werden als zwei 4/4 Takte interpretiert; ein Takt entspricht 15 Impulsen. Alle Events, bei denen die Funktion *get-metrical-indispensability* den Wert 0 oder 1 zurückgibt, triggern ein Kick-Drum-Sample. Das sind in diesem Fall das erste und neunte Event in jedem Takt. Alle Events mit den Werten 2 oder 3 (jedes fünfte und dreizehnte) ein Snare-Sample, und alle höheren Werte entsprechen verschiedenen Hi-Hat-Samples.

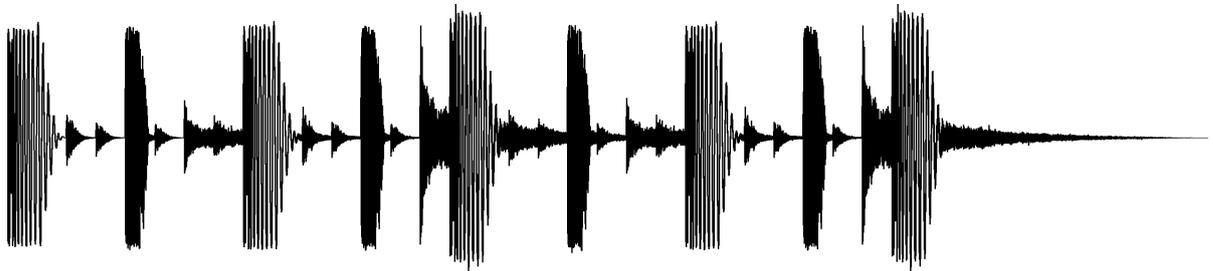


Abbildung 3.20.: Wellenform eines einfachen Drum-Beats, der mithilfe von Unverzichtbarkeitswerten generiert wurde.

Die Kombination aller bisher genannten Methoden führt schnell zu überzeugenden und komplexen Mustern und Beats. Als letztes Beispiel soll ein schneller nicht-isochroner Puls einen konventionellen Drum-Beat generieren. Wenn den Impulsen auf die gleiche Weise wie eben beschrieben und über ein 4/4-Metrum mit isochronen Schlägen verschiedene Samples zugeordnet werden, fallen mehrere Impulse in denselben metrischen Abschnitt, sodass beispielsweise das Kick-Sample mehrmals hintereinander getriggert wird (siehe Abbildung 3.21a). Soll dies vermieden werden, müssten die Abschnitte, die ein Kick-Sample auslösen, verkleinert werden. Das kann entweder über zusätzliche metrische Schichten (mit den entsprechenden Implikationen) oder über die Definition eines Metrums mit nicht-isochronen Grundschlägen geschehen.

³⁸Evanstein 2023, 7:20.

Wird das Metrum nicht über

(8 ((4 ((2 (1 1)) (2 (1 1)))) (4 ((2 (1 1)) (2 (1 1))))))

...sondern stattdessen über

(8 ((4 ((2 (1 9)) (2 (1 2)))) (4 ((2 (1 9)) (2 (1 2))))))

...definiert, erhält man die in Abbildung 3.21b dargestellte Klangdatei. Wie in Abbildung 3.22 visualisiert, beträgt das Verhältnis der ersten beiden Schläge 1:9, wodurch das Kick-Drum-Sample nur einmal getriggert wird. Diese Verhältnisse lassen sich weiter anpassen, um den Rhythmus nach Wunsch zu gestalten.



(a) Ein Drum-Beat mit Dopplungen von Kick und Snare.



(b) Ein Drum-Beat mit weniger Dopplungen von Kick und Snare.

Abbildung 3.21.: Wellenformen von Drum-Beats mit nicht-isochronen Einsätzen

Metren ohne isochronen Grundschlag eignen sich also nicht nur für ungewöhnlichere rhythmische Strukturen, sondern auch zur gezielten Feinabstimmung einzelner Gewichtungsbereiche und stellen damit ein besonders flexibles Gestaltungsmittel dar. Auch für die Generierung nicht-pulsbasierter Dauernfolgen stellen sie ein potenziell mächtiges Werkzeug dar, wenngleich dieser Aspekt nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist.

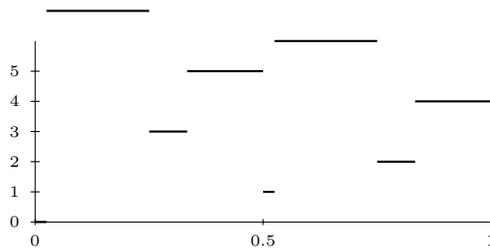


Abbildung 3.22.: Die *get-metrical-indispensability* Funktion für ein durch
 $(8 ((4 ((2 (1 9)) (2 (1 2)))) (4 ((2 (1 9)) (2 (1 2)))))$
 definiertes Metrum.

Die in dieser Arbeit beschriebenen Algorithmen und ihre Anwendung habe ich umfassend in meinem Stück *18630 random soundfiles* verwendet. In dieser Komposition für Lautsprecher und Licht steht rhythmischer Kontrapunkt zwischen den verschiedenen Quellen im Vordergrund. In *How to disentrain your cat with a laser pointer* für großes Ensemble und Lautsprecher sind die Rhythmen der Spieler, als auch der Klangdateien oft über pro Abschnitt korrespondierende metrische Strukturen gewonnen. Während Klangsynthese im Fokus der letzten Kapitel stand, wendet dieses Stück die erläuterten Methoden auch in der Partitursynthese an, wobei metrische Gewichtungen beispielsweise die Verteilung der Noten auf Spieler oder Akzentuierungen steuert. Eine ausführliche Analyse dieser Stücke ist nicht Teil dieser Arbeit, allerdings ist der Source Code, mit welchem ich das Material für diese Stücke generiert habe, unter <https://github.com/Leon-Focker> verfügbar.

4. Fazit

Im Rahmen dieser Arbeit wurde gezeigt, dass Metren formalisierbar sind und zur algorithmischen Gestaltung rhythmischer Parameter genutzt werden können. Hierzu wurden bestehende Modelle metrischer Strukturen in Algorithmen übersetzt und Bernd Härpfers Unverzichtbarkeitsalgorithmus so erweitert, dass auch zusammengesetzte Metren ohne gleichmäßigen Grundschlag abgebildet werden können. Entscheidend für diesen Ansatz ist die Verwendung der RQQ-Notation, da diese es erlaubt, sowohl die Gruppierung, als auch die Dauer metrischer Grundschläge kompakt zu notieren. Darüber hinaus wurden einige weitere Einschränkungen analysebasierter Modelle überwunden, um größtmögliche kompositorische Flexibilität zu gewährleisten.

Die in Common Lisp implementierten Werkzeuge stehen frei zur Verfügung. Ihre Anwendung auf musikalische Parameter und die Gestaltungsmöglichkeiten rhythmischer Komplexität wurden anhand von Klangbeispielen veranschaulicht. Die entwickelten Methoden bieten vielfältige Einsatzmöglichkeiten in unterschiedlichen kompositorischen Kontexten – von notierter Musik bis hin zu Lautsprechermusik.

Nicht alle Anwendungsmöglichkeiten der vorgestellten Methoden konnten behandelt werden, um den Umfang einer Bachelorarbeit nicht zu überschreiten. Offen bleiben etwa die Kombination mehrerer Metren oder rhythmischer Stimmen sowie die Modulation vorgegebener Dauern durch metrische Prinzipien. Auch eine systematische Analyse der Anwendung in eigenen Kompositionen wurde ausgeklammert. Die Frage, ob die so erzeugten Rhythmen organischer wirken als seriell gestaltete, bleibt unbeantwortet. Hier wären empirische Studien, etwa in Form von Umfragen, sinnvoll. Die Übertragung metrischer Prinzipien auf rhythmische Strukturen lässt sich als Annäherung an Aspekte menschlicher Performance interpretieren, auch wenn die Imitation menschlichen Ausdrucks durch Computer nicht im Fokus dieser Arbeit stand.

Zukünftige Arbeiten könnten sich auf die Ableitung von Formverläufen oder Klangsynthese aus metrischen Prinzipien konzentrieren. Ebenso wäre die Entwicklung alternativer Konzepte metrischer Strukturen – in Bezug auf Darstellung, Formalisierung und musikalischen Einsatz – von Interesse. Ein weiterer lohnender Ansatz ist die algorithmische Generierung von Metren, etwa durch Ableitung aus Rhythmen oder über hierarchische Modelle wie L-Systeme.

Literatur

- Arar, Raphael und Ajay Kapur (2013). „A history of sequencers: Interfaces for organizing pattern-based music“. In: *Sound and Music Computing Conference, Stockholm, Sweden*.
- Barlow, Clarence (1999). „On the Quantification of Harmony and Metre“. In: *THE RATIO BOOK, the well-illustrated documentation of the RATIO SYMPOSIUM*. Bd. 43. Feedback Papers, S. 2–23.
- (2008a). *Von der Musiquantenlehre Band I*. Feedback Papers Vol. 34. ISBN: 978-3-9812713-2-4.
 - (2008b). *Von der Musiquantenlehre Band II*. Feedback Papers Vol. 34. ISBN: 978-3-9812713-2-4.
 - (2010). „Mathematics as the Source of Music Composition“. In: *Proceedings of the Symposium "Music and Sonic Art: Practices and Theories"*. Bd. 1. The International Institute for Advanced Studies in Systems Research und Cybernetics, Windsor ON, Canada, S. 1–5. ISBN: 978-1-897233-80-1.
- Collins, Nick (2002). „Algorithmic Composition Methods for Breakbeat Science“. In.
- Cooper, Grosvenor und Leonard Meyer (1960). *The Rhythmic Structure of Music*. The University of Chicago Press.
- Cope, David (1991). *Computers and musical style*. English. Oxford University Press, S. 246. ISBN: 9780895792563.
- Cormen, Thomas H u. a. (2009). *Introduction to Algorithms*. 3rd. Massachusetts Institute of Technology. ISBN: 2009008593.
- Danielsen, Anne (2010). *Musical Rhythm in the Age of Digital Reproduction*. Ashgate Publishing Limited. ISBN: 9781409403401.
- Degazio, Bruno (1988). „The Schillinger System of Musical Composition and Comtempory Computer Music“. In: S. 125–133.
- Edwards, Michael (Juli 2015). *Keep it Simple: Complex Rhythmic Notation in Common Lisp*. <https://michael-edwards.org/wp/?p=598>. Zuletzt besucht am 25.03.2025.
- (o. D.[a]). *Durchhaltevermögen - Programme Note*. <https://michael-edwards.org/prog-note.php?workid=426>. Zuletzt besucht am 07.05.2025.

- Edwards, Michael (o. D.[b]). *jitterbug*. <https://michael-edwards.org/wp/?p=697>. Zuletzt besucht am 07.05.2025.
- (o. D.[c]). *slippery chicken - specialised algorithmic composition software*. <https://michael-edwards.org/sc/>. Zuletzt besucht am 27.03.2025.
- Eggebrecht, Hans Heinrich (1972-2006a). *Handwörterbuch der musikalischen Terminologie, Band 2*. 40th. Franz Steiner Verlag Stuttgart. ISBN: 3515088369.
- (1972-2006b). *Handwörterbuch der musikalischen Terminologie, Band 5*. 40th. Franz Steiner Verlag Stuttgart. ISBN: 3515088369.
- Evanstein, Marc (2023). *The Great Rhythm Tree*. <https://www.youtube.com/watch?v=Qv5nqDHFN1E>. Zuletzt besucht am 19.03.2025. Youtube.
- (o. D.[a]). *SCAMP (Suite for Computer-Assisted Music in Python) 0.9.2*. <https://scamp.marcevanstein.com>. Zuletzt besucht am 08.04.2025.
- (o. D.[b]). *Source code for scamp_extensions.rhythm.indispensability*. https://scamp.marcevanstein.com/_modules/scamp_extensions/rhythm/indispensability.html. Zuletzt besucht am 08.04.2025.
- Graham, Paul (1993). *On Lisp*. Prentice Hall, Inc. ISBN: 0130305529.
- (1996). *ANSI Common Lisp*. Prentice Hall, Inc. ISBN: 0-13-370875-6.
- Härpfer, Bernd (2023). *The Metric Malleability and Ambiguity of Cyclic Rhythms - A Quantitative Heuristic Approach*. Wolke V.-G. ISBN: 978-3-95593-406-4.
- Hasty, Christopher Francis (1997). *Meter as rhythm*. English. Oxford University Press. ISBN: 0-19-510066-2.
- Hocker, Jürgen (1998). *Conlon Nancarrow's Kompositionstechnik - die Entstehung einer Study for Player Piano*. <https://www.nancarrow.de/arbeitsweise.htm>. Zuletzt besucht am 10.05.2025.
- Jones, Mari Riess (1987). „Dynamic pattern structure in music: Recent theory and research“. In: *Perception & Psychophysics* 41 (6), S. 621–634.
- Kaliakatsos-Papakostas, Maximos, Andreas Floros und Michael Vrahatis (Juli 2012). „Intelligent Generation of Rhythmic Sequences Using Finite L-systems“. In: DOI: 10.1109/IIH-MSP.2012.109.
- Kramer, Jonathan D. (1988). *The Time of Music: New Meanings, New Temporalities, New Listening Strategies*. English. New York : Schirmer Books ; London : Collier Macmillan Publishers. ISBN: 0-02-872590-5.
- Kvifte, Tellef (Dez. 2007). „Categories and Timing : On the Perception of Meter“. In: *Ethnomusicology* 51, S. 64–84. DOI: 10.2307/20174502.

- Lepper, Markus, Bernd Härpfer und Baltasar Trancón y Widemann (2025). *Härpfer's Extended Indispensability Algorithm in Z*. <https://arxiv.org/abs/2502.07966>. arXiv: 2502.07966 [cs.PL].
- Lerdahl, Fred und Ray Jackendoff (1983). *A generative theory of tonal music*. Cambridge, Mass. : MIT Press. ISBN: 0262120941.
- Liu, Yang und Godfried T. Toussaint (2012). „Mathematical Notation, Representation, and Visualization of Musical Rhythm: A Comparative Perspective“. In: *International Journal of Machine Learning and Computing*. Bd. 2. 3, S. 261–265.
- Messiaen, Olivier (1974). *The Technique of my Musical Language, translated by John Satterfield*. A. Leduc.
- Messiaen, Olivier und Melody Baggech (1998). *An English translation of Olivier Messiaen's Traité de rythme, de couleur, et d'ornithologie, Volume 1*.
- Miranda, Eduardo Reck (2001). *Composing Music with Computers*. English. Focal Press. ISBN: 0 240 51567 6.
- Neely, Adam (2024). *Can the audience dance to this?* https://www.youtube.com/watch?v=pM-e_csNupM. Zuletzt besucht am 13.05.2025. Youtube.
- Nettl, Bruno (1974). „Thoughts on Improvisation: A Comparative Approach“. In: 60.1, S. 1–19.
- Nierhaus, Gerhard (2010). *Algorithmic Composition - Paradigms of Automated Music Generation*. English. Springer Wien. ISBN: 978-3-211-99915-8.
- Polak, Rainer, Nori Jacoby und Justin London (2016). „Kulturelle Diversität in der empirischen Rhythmusforschung: Drei Analysen eines Audio-Korpus von Percussion-Ensemblemusik aus Mali“. In: *Zeitschrift der Gesellschaft für Musiktheorie*. Bd. 13. 2, S. 195–235.
- Samarotto, Frank P. (Okt. 2000). „The Body that Beats: Review of Harald Krebs, Fantasy Pieces: Metrical Dissonance in the Music of Robert Schumann“. In: *Music Theory Online* 6.
- Schillinger, Joseph (1946). *The Schillinger System of Musical Composition, Volume I, Book I*. 4th. Carl Fischer Inc.
- Schottstaedt, Bill (o.D.[a]). *CLM*. <https://ccrma.stanford.edu/software/clm/>. Zuletzt besucht am 18.05.2025.
- (o.D.[b]). *CMN*. <https://ccrma.stanford.edu/software/cmn/>. Zuletzt besucht am 25.03.2025.
- Taube, Heinrich Konrad (2004). *Notes from the Metalevel: An Introduction to Computer Composition*. Taylor & Francis Group plc. ISBN: 90 265 1975 3.

- Toussaint, Godfried T. (2013). *The Geometry of Musical Rhythm: What Makes a "Good" Rhythm Good?* CRC Press. ISBN: 9781466512030.
- Volk, Anja (2008). „The Study of Syncopation Using Inner Metric Analysis: Linking Theoretical and Experimental Analysis of Metre in Music“. In: *Journal of New Music Research* 37.4, S. 259–273.
- Xenakis, Iannis und John Rahn (1990). „Sieves“. In: *Perspectives of New Music* 28.1, S. 58–78.

A. Alternative Hierarchisierung von Takten

Zahlreiche weitere Methoden zur Hierarchisierung der Schläge eines Taktes sind denkbar, etwa die Ableitung metrischer Gewichtungen aus der Analyse eines oder mehrerer Stücke anhand der relativen Häufigkeit von Einsätzen auf bestimmten Zählzeiten. Während sich diese Arbeit auf Hierarchien konzentriert, die aus Metren abgeleitet werden, lassen sich auch alternative Ansätze verfolgen. Die Funktion *get-metrical-depth-divisibility* stellt ein Beispiel für einen solchen Ansatz dar und wird im Folgenden kurz erläutert:

Ein Takt wird in N Schläge unterteilt und die Position im Takt (das erste Funktionsargument) auf einen dieser Schläge gerundet. Das Gewicht eines Schlags steigt, je häufiger er Teil eines isochronen Pulses mit d Schlägen ist, der restlos in den Takt passt. Ein Takt mit 12 Schlägen ließe sich ohne Rest in gleichmäßige Pulse aus ein, zwei, drei, vier, sechs und zwölf Schlägen teilen. Auf dem Schlag mit Index 4 treffen die Pulse mit den Einsatzabständen [4-4-4], [2-2-2-2-2-2] und [1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1] zusammen, weshalb er wichtiger ist als der Schlag mit Index 1, auf welchen lediglich der 1er-Puls fällt. Genauer:

p	\triangleq	normalisierte Position im Takt, zwischen 0 und 1
$N_{Schläge}$	\triangleq	Anzahl aller Schläge
k_p	$= \lfloor p \cdot N_{Schläge} \rfloor$	\triangleq Index des Schlags, auf den p fällt ($0 \leq k_p < N_{Schläge}$)
D	$= \{d \in \mathbb{N} \mid d \text{ teilt } N_{Schläge} \text{ und } 1 < d < N_{Schläge}\}$	

$$W_m = |D| - |\{d \in D \mid rd \equiv 0 \pmod{N}\}|$$

Die *get-metrical-depth-divisibility* ist in Abbildung A.1 für einen Takt mit 12 Unterteilungen dargestellt.

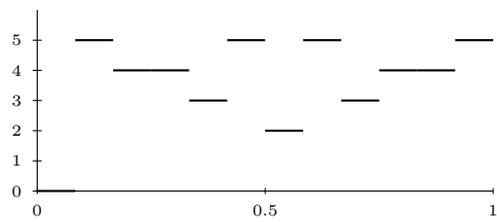


Abbildung A.1.: Die *get-metrical-depth-divisibility* Funktion für einen Takt mit 12 Grundschlägen.